

Определяем начало нумерации элементов массивов:  $\text{ORIGIN} := 1$

Обозначение мнимой единицы:  $j := \sqrt{-1}$

Параметры элементов схемы:

$$\begin{array}{llllll} R_1 := 695 & L_1 := 63 \cdot 10^{-3} & C_1 := 240 \cdot 10^{-9} & E_1 := 5 & \psi_1 := \frac{\pi}{4} & f := 5 \cdot 10^3 \\ R_2 := 745 & L_2 := 85 \cdot 10^{-3} & C_2 := 350 \cdot 10^{-9} & E_2 := 10 & \psi_2 := -\frac{\pi}{4} & \\ R_3 := 934 & L_3 := 85 \cdot 10^{-3} & C_3 := 460 \cdot 10^{-9} & & & \\ R_4 := 110 & & C_5 := 290 \cdot 10^{-9} & & & \\ R_5 := 532 & & & & & \end{array}$$

Коэффициенты взаимной индукции:  $k_{12} := 0.90$

$$k_{13} := 0.64$$

## 1. Составить систему независимых уравнений по законам Кирхгофа для мгновенных значений токов и напряжений.

Количество узлов:  $Y := 4$

Количество ветвей:  $B := 6$

Количество независимых контуров:  $N := B - (Y - 1) \quad N = 3$

Составим систему:

По первому закону Кирхгофа:  $i_1(t) + i_2(t) - i_3(t) := 0$  Из них линейно независимы:

$$-i_1(t) - i_2(t) + i_3(t) := 0 \quad i_1(t) + i_2(t) - i_3(t) := 0$$

$$i_1(t) - i_4(t) - i_5(t) := 0 \quad i_4(t) + i_5(t) - i_1(t) := 0$$

$$i_4(t) + i_5(t) - i_6(t) := 0$$

По второму закону Кирхгофа:  $u_1(t) + u_5(t) + u_6(t) + u_3(t) := e_1(t)$

$$u_2(t) + u_3(t) := e_2(t)$$

$$u_4(t) + u_5(t) := 0$$

## 2. Составить систему независимых уравнений по законам Кирхгофа для комплексов токов и напряжений.

Количество узлов:  $Y := 4$

Количество ветвей:  $B := 6$

Количество независимых контуров:  $N := B - (Y - 1) \quad N = 3$

Составим систему:

Комплексы токов по первому закону Кирхгофа:  $I_1 + I_2 - I_3 := 0$  Из них линейно независимы:

$$I_4 + I_5 - I_1 := 0 \quad I_1 + I_2 - I_3 := 0$$

$$-I_4 - I_5 + I_6 := 0 \quad I_4 + I_5 - I_1 := 0$$

$$-I_1 - I_2 + I_3 := 0$$

Комплексы напряжений по второму закону Кирхгофа:

$$U_1 + U_5 + U_3 + U_6 := E_{01} \quad Z_{01} \cdot I_1 + Z_{05} \cdot I_5 + Z_{03} \cdot I_3 + Z_{06} \cdot I_6 := E_{01}$$

$$U_2 + U_3 := E_{02} \quad Z_{02} \cdot I_2 + Z_{03} \cdot I_3 := E_{02}$$

$$U_4 + U_5 := 0 \quad Z_{04} \cdot I_4 + Z_{05} \cdot I_5 := 0$$

### 3. Символическим методом найти комплексы всех токов и комплексы напряжения всех ветвей.

Рассчитаем угловую частоту (рад/с):  $\omega := 2 \cdot \pi \cdot f$   
 $\omega = 3.142 \times 10^4$

Рассчитаем комплексы ЭДС (В):  $E_{01} := E_1 \cdot e^{j \cdot \psi_1}$   $E_{01} = 3.536 + 3.536i$   
 $E_{02} := E_2 \cdot e^{j \cdot \psi_2}$   $E_{02} = 7.071 - 7.071i$

Рассчитаем комплексы полных сопротивлений всех ветвей (Ом):

$$Z_{01} := R_3 - \frac{j}{\omega C_1} \quad Z_{01} = 934 - 132.629i$$

$$Z_{02} := R_2 + j \cdot \omega L_2 - \frac{j}{\omega C_2} \quad Z_{02} = 745 + 2.579i \times 10^3$$

$$Z_{03} := R_3 + j \cdot \omega L_3 - \frac{j}{\omega C_3} \quad Z_{03} = 934 + 2.601i \times 10^3$$

$$Z_{04} := R_4 \quad Z_{04} = 110$$

$$Z_{05} := R_5 - \frac{j}{\omega C_5} \quad Z_{05} = 532 - 109.762i$$

$$Z_{06} := j \cdot \omega L_1 \quad Z_{06} = 1.979i \times 10^3$$

Представим в виде действительной и мнимой части:

$$\begin{array}{lll} \operatorname{Re}(Z_{01}) = 934 & \operatorname{Re}(Z_{02}) = 745 & \operatorname{Re}(Z_{03}) = 934 \\ \operatorname{Im}(Z_{01}) = -132.629 & \operatorname{Im}(Z_{02}) = 2.579 \times 10^3 & \operatorname{Im}(Z_{03}) = 2.601 \times 10^3 \\ \operatorname{Re}(Z_{04}) = 110 & \operatorname{Re}(Z_{05}) = 532 & \operatorname{Re}(Z_{06}) = 0 \\ \operatorname{Im}(Z_{04}) = 0 & \operatorname{Im}(Z_{05}) = -109.762 & \operatorname{Im}(Z_{06}) = 1.979 \times 10^3 \end{array}$$

Введем матрицу Z:

$$Z := \begin{pmatrix} Z_{01} + Z_{05} + Z_{06} + Z_{03} & Z_{03} & -Z_{05} \\ Z_{03} & Z_{02} + Z_{03} & 0 \\ -Z_{05} & 0 & Z_{04} + Z_{05} \end{pmatrix}$$

Введем матрицу E:

$$E := \begin{pmatrix} E_{01} \\ E_{02} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Рассчитаем матрицу комплексов контурных токов (А):  $I_k := Z^{-1} \cdot E$

Решение системы уравнений:

$$I_k = \begin{pmatrix} 1.909 \times 10^{-3} + 8.588i \times 10^{-4} \\ -1.817 \times 10^{-3} - 2.041i \times 10^{-3} \\ 1.616 \times 10^{-3} + 6.615i \times 10^{-4} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} I_{k1} = 1.909 \times 10^{-3} + 8.588i \times 10^{-4} \\ I_{k2} = -1.817 \times 10^{-3} - 2.041i \times 10^{-3} \\ I_{k3} = 1.616 \times 10^{-3} + 6.615i \times 10^{-4} \end{array}$$

Рассчитаем комплексы токов всех ветвей (мА):  $I_1 := I_{k1}$

По первому закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} I_2 &:= Ik_2 \\ I_3 &:= Ik_1 + Ik_2 \\ I_4 &:= Ik_3 \\ I_5 &:= Ik_1 - Ik_3 \\ I_6 &:= Ik_1 \end{aligned}$$

По первому закону Кирхгофа:

Решение системы уравнений:

$$\begin{aligned} I_1 &= 1.909 \times 10^{-3} + 8.588i \times 10^{-4} & |I_1| \cdot 1000 &= 2.093 \\ I_2 &= -1.817 \times 10^{-3} - 2.041i \times 10^{-3} & |I_2| \cdot 1000 &= 2.732 \\ I_3 &= 9.213 \times 10^{-5} - 1.182i \times 10^{-3} & |I_3| \cdot 1000 &= 1.186 \\ I_4 &= 1.616 \times 10^{-3} + 6.615i \times 10^{-4} & |I_4| \cdot 1000 &= 1.746 \\ I_5 &= 2.933 \times 10^{-4} + 1.973i \times 10^{-4} & |I_5| \cdot 1000 &= 0.354 \\ I_6 &= 1.909 \times 10^{-3} + 8.588i \times 10^{-4} & |I_6| \cdot 1000 &= 2.093 \end{aligned}$$

Представим в виде действительной и мнимой части:

$$\begin{aligned} Re(I_1) &= 1.909 \times 10^{-3} & Re(I_2) &= -1.817 \times 10^{-3} & Re(I_3) &= 9.213 \times 10^{-5} \\ Im(I_1) &= 8.588 \times 10^{-4} & Im(I_2) &= -2.041 \times 10^{-3} & Im(I_3) &= -1.182 \times 10^{-3} \\ Re(I_4) &= 1.616 \times 10^{-3} & Re(I_5) &= 2.933 \times 10^{-4} & Re(I_6) &= 1.909 \times 10^{-3} \\ Im(I_4) &= 6.615 \times 10^{-4} & Im(I_5) &= 1.973 \times 10^{-4} & Im(I_6) &= 8.588 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

Рассчитаем комплексы напряжений всех ветвей (В):

$$\begin{aligned} U_1 &:= I_1 \cdot \left( R_3 - \frac{j}{\omega C_1} \right) - E_{01} \\ U_2 &:= I_2 \cdot \left( R_2 + j \cdot \omega L_2 - \frac{j}{\omega C_2} \right) - E_{02} \\ U_3 &:= I_3 \cdot \left( R_3 + j \cdot \omega L_3 - \frac{j}{\omega C_3} \right) \\ U_4 &:= I_4 \cdot R_4 \\ U_5 &:= I_5 \cdot \left( R_5 - \frac{j}{\omega C_5} \right) \\ U_6 &:= I_6 \cdot (j \cdot \omega L_1) \end{aligned}$$

Решение системы уравнений:

$$\begin{aligned} U_1 &= -1.639 - 2.987i & |U_1| &= 3.407 \\ U_2 &= -3.161 + 0.864i & |U_2| &= 3.277 \\ U_3 &= 3.161 - 0.864i & |U_3| &= 3.277 \\ U_4 &= 0.178 + 0.073i & |U_4| &= 0.192 \\ U_5 &= 0.178 + 0.073i & |U_5| &= 0.192 \\ U_6 &= -1.7 + 3.778i & |U_6| &= 4.143 \end{aligned}$$

Представим в виде действительной и мнимой части:

$$\begin{array}{lll}
 \operatorname{Re}(U_1) = -1.639 & \operatorname{Re}(U_2) = -3.161 & \operatorname{Re}(U_3) = 3.161 \\
 \operatorname{Im}(U_1) = -2.987 & \operatorname{Im}(U_2) = 0.864 & \operatorname{Im}(U_3) = -0.864 \\
 \operatorname{Re}(U_4) = 0.178 & \operatorname{Re}(U_5) = 0.178 & \operatorname{Re}(U_6) = -1.7 \\
 \operatorname{Im}(U_4) = 0.073 & \operatorname{Im}(U_5) = 0.073 & \operatorname{Im}(U_6) = 3.778
 \end{array}$$

#### 4. Найти мгновенные значения всех токов цепи.

Рассчитаем начальную фазу токов:

В радианах:

В градусах:

$$\begin{array}{ll}
 \arg(I_1) = 0.423 & \arg(I_1) = 24.221 \cdot \text{deg} \\
 \arg(I_2) = -2.298 & \arg(I_2) = -131.678 \cdot \text{deg} \\
 \arg(I_3) = -1.493 & \arg(I_3) = -85.543 \cdot \text{deg} \\
 \arg(I_4) = 0.389 & \arg(I_4) = 22.265 \cdot \text{deg} \\
 \arg(I_5) = 0.592 & \arg(I_5) = 33.923 \cdot \text{deg} \\
 \arg(I_6) = 0.423 & \arg(I_6) = 24.221 \cdot \text{deg}
 \end{array}$$

Рассчитаем начальную фазу напряжений:

В радианах:

В градусах:

$$\begin{array}{ll}
 \arg(U_1) = -2.073 & \arg(U_1) = -118.752 \cdot \text{deg} \\
 \arg(U_2) = 2.875 & \arg(U_2) = 164.705 \cdot \text{deg} \\
 \arg(U_3) = -0.267 & \arg(U_3) = -15.295 \cdot \text{deg} \\
 \arg(U_4) = 0.389 & \arg(U_4) = 22.265 \cdot \text{deg} \\
 \arg(U_5) = 0.389 & \arg(U_5) = 22.265 \cdot \text{deg} \\
 \arg(U_6) = 1.994 & \arg(U_6) = 114.221 \cdot \text{deg}
 \end{array}$$

Рассчитаем мгновенные значения всех токов (А) цепи в зависимости от t (с):

$$\begin{array}{l}
 i_1(t) := \sqrt{2} \cdot |I_1| \sin(\omega t + \arg(I_1)) \\
 i_2(t) := \sqrt{2} \cdot |I_2| \sin(\omega t + \arg(I_2)) \\
 i_3(t) := \sqrt{2} \cdot |I_3| \sin(\omega t + \arg(I_3)) \\
 i_4(t) := \sqrt{2} \cdot |I_4| \sin(\omega t + \arg(I_4)) \\
 i_5(t) := \sqrt{2} \cdot |I_5| \sin(\omega t + \arg(I_5)) \\
 i_6(t) := \sqrt{2} \cdot |I_6| \sin(\omega t + \arg(I_6))
 \end{array}$$

Рассчитаем мгновенные значения всех напряжений (В) в цепи зависимости от t (с):

$$\begin{array}{l}
 u_1(t) := \sqrt{2} \cdot |U_1| \sin(\omega t + \arg(U_1)) \\
 u_2(t) := \sqrt{2} \cdot |U_2| \sin(\omega t + \arg(U_2)) \\
 u_3(t) := \sqrt{2} \cdot |U_3| \sin(\omega t + \arg(U_3)) \\
 u_4(t) := \sqrt{2} \cdot |U_4| \sin(\omega t + \arg(U_4)) \\
 u_5(t) := \sqrt{2} \cdot |U_5| \sin(\omega t + \arg(U_5)) \\
 u_6(t) := \sqrt{2} \cdot |U_6| \sin(\omega t + \arg(U_6))
 \end{array}$$

#### 5. Построить график зависимостей от времени мгновенных значений тока и напряжения на всех элементах одной любой ветви, содержащей не менее трех элементов (см. приложение).

Мгновенный ток для третьей ветви:

$$i_3(t) := \sqrt{2} \cdot |I_3| \sin(\omega t + \arg(I_3))$$

Мгновенные напряжение для третьей ветви:

$$\begin{array}{l}
 u_{R_3}(t) := \sqrt{2} \cdot |U_{(R_3)}| \sin[\omega t + \arg[U_{(R_3)}]] \\
 u_{C_3}(t) := \sqrt{2} \cdot |U_{(C_3)}| \sin[\omega t + \arg[U_{(C_3)}]] \\
 u_{L_3}(t) := \sqrt{2} \cdot |U_{(L_3)}| \sin[\omega t + \arg[U_{(L_3)}]]
 \end{array}$$

Рассчитаем мгновенные значения всех напряжений на элементах третьей ветви (В):

$$UR_3 := I_3 \cdot R_3$$

$$UR_3 = 0.086 - 1.104i$$

$$|UR_3| = 1.107$$

$$UC_3 := I_3 \cdot \frac{1}{j \cdot \omega C_3}$$

$$UC_3 = -0.082 - 6.375i \times 10^{-3}$$

$$|UC_3| = 0.082$$

$$UL_3 := I_3 \cdot j \cdot \omega L_3$$

$$UL_3 = 3.156 + 0.246i$$

$$|UL_3| = 3.166$$

Рассчитаем начальную фазу напряжений на элементах третьей ветви:

В радианах:

В градусах:

$$\arg(UR_3) = -1.493$$

$$\arg(UR_3) = -85.543 \cdot \text{deg}$$

$$\arg(UC_3) = -3.064$$

$$\arg(UC_3) = -175.543 \cdot \text{deg}$$

$$\arg(UL_3) = 0.078$$

$$\arg(UL_3) = 4.457 \cdot \text{deg}$$

Аналитически зададим функцию тока в третьей ветви:

$$I3(t) := \sqrt{2} \cdot |I_3| \sin(\omega t + \arg(I_3))$$

Аналитически зададим функции напряжения в третьей ветви:

$$UR3(t) := |UR_3| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \arg(UR_3))$$

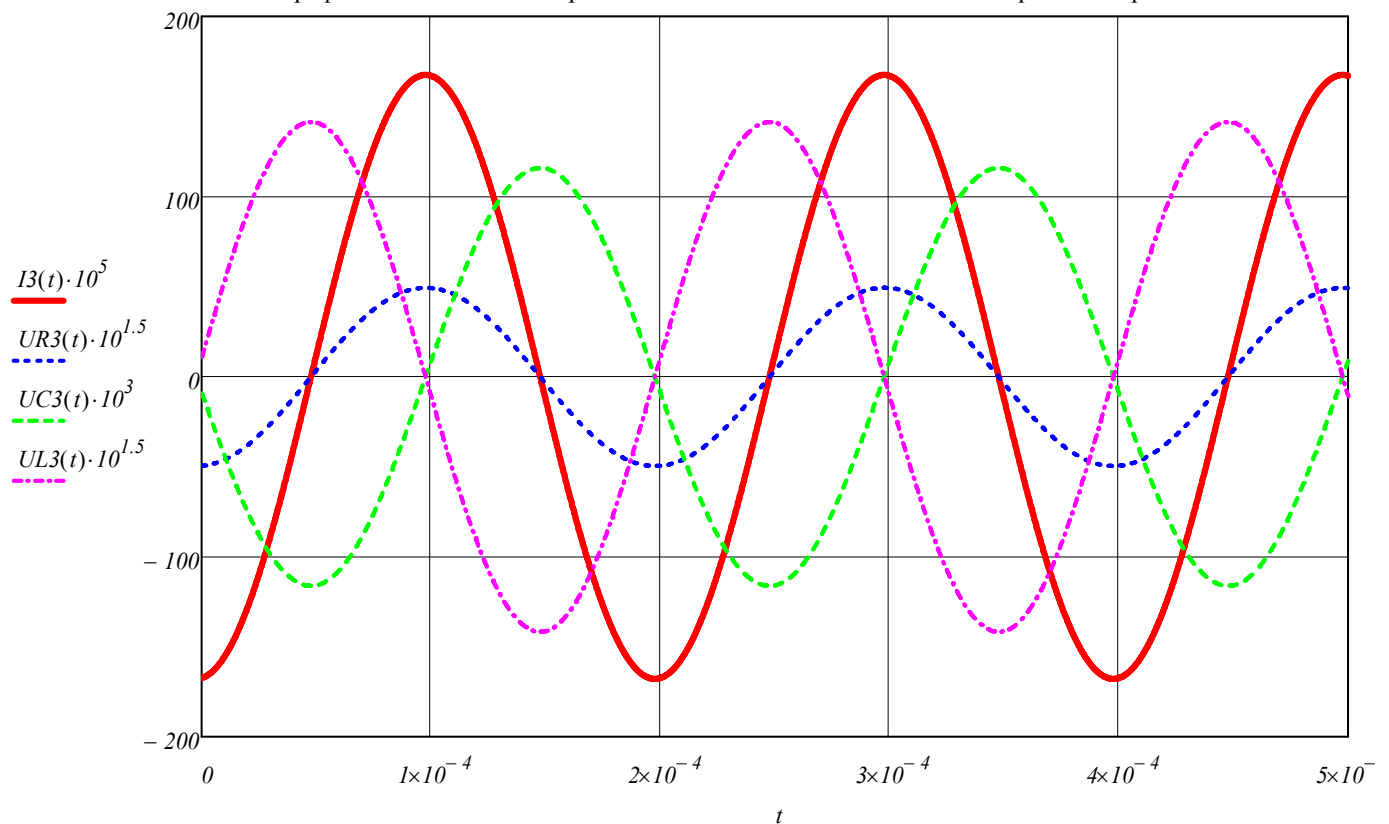
$$UC3(t) := |UC_3| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \arg(UC_3))$$

$$UL3(t) := |UL_3| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \arg(UL_3))$$

Зададим период построения графика:  $T := \frac{1}{f}$

Зададим интервал построения графика:  $t := 0, \frac{T}{1000} \dots \frac{(5 \cdot T)}{2}$

График зависимостей от времени мгновенных значений тока и напряжений третьей ветви



6. Построить векторную диаграмму токов (см. приложение).

Токи, полученные для данной схемы в задании 3 (А):

$$I_1 = 1.909 \times 10^{-3} + 8.588i \times 10^{-4}$$

$$I_2 = -1.817 \times 10^{-3} - 2.041i \times 10^{-3}$$

$$I_3 = 9.213 \times 10^{-5} - 1.182i \times 10^{-3}$$

$$I_4 = 1.616 \times 10^{-3} + 6.615i \times 10^{-4}$$

$$I_5 = 2.933 \times 10^{-4} + 1.973i \times 10^{-4}$$

$$I_6 = 1.909 \times 10^{-3} + 8.588i \times 10^{-4}$$

Представим в виде действительной и мнимой части:

$$Re(I_1) = 1.909 \times 10^{-3} \quad Re(I_2) = -1.817 \times 10^{-3} \quad Re(I_3) = 9.213 \times 10^{-5}$$

$$Im(I_1) = 8.588 \times 10^{-4} \quad Im(I_2) = -2.041 \times 10^{-3} \quad Im(I_3) = -1.182 \times 10^{-3}$$

$$Re(I_4) = 1.616 \times 10^{-3} \quad Re(I_5) = 2.933 \times 10^{-4} \quad Re(I_6) = 1.909 \times 10^{-3}$$

$$Im(I_4) = 6.615 \times 10^{-4} \quad Im(I_5) = 1.973 \times 10^{-4} \quad Im(I_6) = 8.588 \times 10^{-4}$$

Построим векторную диаграмму токов. Координатами конца каждого вектора на комплексной плоскости являются действительная и мнимая часть комплекса тока. Из векторной диаграммы можно убедиться в выполнении первого закона Кирхгофа.

## 7. Построить топографическую диаграмму напряжений для всех точек, принадлежащих внешнему замкнутому контуру (см. приложение).

Вычислим потенциалы этих точек. При этом считаем, что напряжение на каком-либо участке цепи сонаправлено с током. Ток в цепи вне источников течет, условно говоря, от большего потенциала к меньшему. Поэтому, когда мы «движемся» по току, нам нужно вычитать напряжение данного участка, а когда против тока - складывать.

$$\varphi_1 := 0$$

$$\varphi_1 = 0$$

$$\varphi_2 := \varphi_1 - I_1 \cdot R_3$$

$$\varphi_2 = -1.783 - 0.802i$$

$$\varphi_3 := \varphi_2 - I_1 \cdot \frac{1}{j \cdot \omega C_1}$$

$$\varphi_3 = -1.897 - 0.549i$$

$$\varphi_4 := \varphi_3 - I_4 \cdot R_4$$

$$\varphi_4 = -2.075 - 0.622i$$

$$\varphi_5 := \varphi_4 - I_6 \cdot j \cdot \omega L_1$$

$$\varphi_5 = -0.375 - 4.4i$$

$$\varphi_6 := \varphi_5 + I_2 \cdot j \cdot \omega L_2$$

$$\varphi_6 = 5.075 - 9.251i$$

$$\varphi_7 := \varphi_6 + I_2 \cdot R_2$$

$$\varphi_7 = 3.721 - 10.772i$$

$$\varphi_8 := \varphi_7 + I_2 \cdot \frac{1}{j \cdot \omega C_2}$$

$$\varphi_8 = 3.536 - 10.607i$$

Для участков с источниками считается, что потенциал точки на конце стрелочки выше, чем в начале стрелочки, на величину ЭДС. Поэтому, когда мы «движемся» по стрелочке, мы прибавляем величину ЭДС, а когда против – отнимаем. Таким образом, получаем:

$$\varphi_9 := \varphi_8 - E_{02}$$

$$\varphi_9 = -3.536 - 3.536i$$

$$\varphi_{10} := \varphi_9 + E_{01}$$

$$\varphi_{10} = -1.332 \times 10^{-15} + 3.997i \times 10^{-15}$$

Подставив в эти формулы численные значения, получим значения потенциалов в точках.

Напряжениям на топографической диаграмме соответствуют векторы, проведенные между точками, между которыми определяется напряжение. В этом случае, как и в векторной диаграмме, длина вектора будет соответствовать действующему значению, а угол наклона относительно действительной оси начальной фазе напряжения. Следует обратить внимание на выбор направления напряжения. Например, напряжению  $U_{ab}$  будет соответствовать вектор, проведенный из точки  $b$  в точку  $a$ , поскольку  $U_{ab} = \phi_a - \phi_b$ .

## 8. Составить уравнение баланса активных и реактивных мощностей и с его помощью проверить правильность нахождения токов ветвей.

В данной цепи содержится два источника ЭДС.

Вычислим комплексную мощность этих источников (ВА):

$$\underline{S} := E_{01} \cdot \overline{I_1} + E_{02} \cdot \overline{I_2} \quad S = 0.011 + 0.031i$$

Теперь вычислим активную мощность приемников (Вт):

$$P := R_3 \cdot (|I_1|)^2 + R_2 \cdot (|I_2|)^2 + R_3 \cdot (|I_3|)^2 + R_4 \cdot (|I_4|)^2 + R_5 \cdot (|I_5|)^2$$

$$P = 0.011$$

Реактивные сопротивления ветвей уже были вычислены в задании 3:

Это мнимые части комплексных сопротивлений:

$$Z_{01} := R_3 - \frac{j}{\omega C_1}$$

$$Z_{02} := R_2 + j \cdot \omega L_2 - \frac{j}{\omega C_2}$$

$$Z_{03} := R_3 + j \cdot \omega L_3 - \frac{j}{\omega C_3}$$

$$Z_{04} := R_4$$

$$Z_{05} := R_5 - \frac{j}{\omega C_5}$$

$$Z_{06} := j \cdot \omega L_1$$

Тогда реактивная мощность (вар):

$$Q := (|I_1|)^2 \cdot \left( \frac{-1}{\omega C_1} \right) + (|I_2|)^2 \cdot \left( \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) + (|I_3|)^2 \cdot \left( \omega L_3 - \frac{1}{\omega C_3} \right) + (|I_5|)^2 \cdot \left( \frac{-1}{\omega C_5} \right) + (|I_6|)^2 \cdot (\omega L_1)$$

$$Q = 0.031$$

$$S = 0.011 + 0.031i$$

Представим в виде действительной и мнимой части:

$$Re(S) = 0.011$$

$$P = 0.011$$

$$Im(S) = 0.031$$

$$Q = 0.031$$

Мы видим, что баланс мощностей сходится с достоверной точностью. Эта величина сравнима с погрешностью вычисления, при условии что значения токов, напряжений и сопротивлений округляются.

## 9. Символическим методом найти комплексы всех токов и комплексы напряжения всех ветвей с учетом взаимной индукции.

Рассчитаем взаимные индуктивности (Гн):  $M_{12} := k_{12} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$   $M_{12} = 0.066$   
 $M_{13} := k_{13} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_3}$   $M_{13} = 0.047$

Рассчитаем комплексы токов всех ветвей (мА):

Предположим, что комплексы токов всех ветвей равны (А):

$$I_1 := 1 + j$$

$$I_2 := 2 + 2 \cdot j$$

$$I_3 := 3 + 3 \cdot j$$

$$I_4 := 4 + 4 \cdot j$$

$$I_5 := 5 + 5 \cdot j$$

$$I_6 := 6 + 6 \cdot j$$

Предположим, что комплексы напряжений на всех катушках индуктивности равны (В):

$$UL1 := 1 + 1 \cdot j$$

$$UL2 := 2 + 2 \cdot j$$

$$UL3 := 3 + 3 \cdot j$$

Составим систему независимых уравнений, учитывая, что все катушки индуктивности включены в цепь согласно:

Given

$$UL1 = j \cdot \omega L_1 \cdot I_6 + j \cdot \omega M_{12} \cdot I_2 + j \cdot \omega M_{13} \cdot I_3$$

$$UL2 = j \cdot \omega L_2 \cdot I_2 + j \cdot \omega M_{12} \cdot I_6$$

$$UL3 = j \cdot \omega L_3 \cdot I_3 + j \cdot \omega M_{13} \cdot I_6$$

$$I1 = I4 + I5$$

$$I3 = I1 + I2$$

$$E_{01} = I1 \cdot \left( R_3 + \frac{1}{j \cdot \omega C_1} \right) + I5 \cdot \left( R_5 + \frac{1}{j \cdot \omega C_5} \right) + UL1 + UL3 + I3 \cdot R_3 + I3 \cdot \frac{1}{j \cdot \omega C_3}$$

$$E_{02} = I2 \cdot \left( R_2 + \frac{1}{j \cdot \omega C_2} \right) + UL2 + UL3 + I3 \cdot R_3 + I3 \cdot \frac{1}{j \cdot \omega C_3}$$

$$E_{01} - E_{02} = I1 \cdot \left( R_3 + \frac{1}{j \cdot \omega C_1} \right) + I4 \cdot R_4 + UL1 - UL2 - I2 \cdot \left( R_2 + \frac{1}{j \cdot \omega C_2} \right)$$

$$0 = I4 \cdot R_4 - I5 \cdot \left( R_5 + \frac{1}{j \cdot \omega C_5} \right)$$



$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ UL_1 \\ UL_2 \\ UL_3 \end{pmatrix} := \text{Find}(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, UL_1, UL_2, UL_3)$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ UL_1 \\ UL_2 \\ UL_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.017 \\ 0.02i \\ 0.017 + 0.02i \\ 0.014 - 4.928i \times 10^{-4} \\ 2.882 \times 10^{-3} + 4.928i \times 10^{-4} \\ -0.024 - 0.026i \\ -17.781 - 22.149i \\ 1.721 - 49.785i \\ -13.976 + 10.831i \end{pmatrix}$$

Решение системы уравнений:

$$\begin{aligned} I_1 &= 0.017 & |I_1| \cdot 1000 &= 17.314 \\ I_2 &= 0.02i & |I_2| \cdot 1000 &= 19.703 \\ I_3 &= 0.017 + 0.02i & |I_3| \cdot 1000 &= 26.229 \\ I_4 &= 0.014 - 4.928i \times 10^{-4} & |I_4| \cdot 1000 &= 14.44 \\ I_5 &= 2.882 \times 10^{-3} + 4.928i \times 10^{-4} & |I_5| \cdot 1000 &= 2.924 \\ I_6 &= -0.024 - 0.026i & |I_6| \cdot 1000 &= 35.617 \end{aligned}$$

Представим в виде действительной и мнимой части:

$$\begin{aligned} \text{Re}(I_1) &= 0.017 & \text{Re}(I_2) &= 0 & \text{Re}(I_3) &= 0.017 \\ \text{Im}(I_1) &= 0 & \text{Im}(I_2) &= 0.02 & \text{Im}(I_3) &= 0.02 \\ \text{Re}(I_4) &= 0.014 & \text{Re}(I_5) &= 2.882 \times 10^{-3} & \text{Re}(I_6) &= -0.024 \\ \text{Im}(I_4) &= -4.928 \times 10^{-4} & \text{Im}(I_5) &= 4.928 \times 10^{-4} & \text{Im}(I_6) &= -0.026 \end{aligned}$$

Рассчитаем комплексы напряжений всех ветвей (В):

$$\begin{aligned} U_1 &:= I_1 \cdot \left( R_3 - \frac{j}{\omega C_1} \right) - E_{01} \\ U_2 &:= I_2 \cdot \left( R_2 + j \cdot \omega L_2 - \frac{j}{\omega C_2} \right) - E_{02} \\ U_3 &:= I_3 \cdot \left( R_3 + j \cdot \omega L_3 - \frac{j}{\omega C_3} \right) \\ U_4 &:= I_4 \cdot R_4 \\ U_5 &:= I_5 \cdot \left( R_5 - \frac{j}{\omega C_5} \right) \\ U_6 &:= I_6 \cdot (j \cdot \omega L_1) \end{aligned}$$

Решение системы уравнений:

$$U_1 = 12.635 - 5.832i \quad |U_1| = 13.916$$

$$\begin{array}{ll}
 U_2 = -57.894 + 21.75i & |U_2| = 61.844 \\
 U_3 = -35.08 + 63.438i & |U_3| = 72.491 \\
 U_4 = 1.587 - 0.054i & |U_4| = 1.588 \\
 U_5 = 1.587 - 0.054i & |U_5| = 1.588 \\
 U_6 = 51.976 - 47.623i & |U_6| = 70.494
 \end{array}$$

Представим в виде действительной и мнимой части:

$$\begin{array}{lll}
 \operatorname{Re}(U_1) = 12.635 & \operatorname{Re}(U_2) = -57.894 & \operatorname{Re}(U_3) = -35.08 \\
 \operatorname{Im}(U_1) = -5.832 & \operatorname{Im}(U_2) = 21.75 & \operatorname{Im}(U_3) = 63.438 \\
 \\ 
 \operatorname{Re}(U_4) = 1.587 & \operatorname{Re}(U_5) = 1.587 & \operatorname{Re}(U_6) = 51.976 \\
 \operatorname{Im}(U_4) = -0.054 & \operatorname{Im}(U_5) = -0.054 & \operatorname{Im}(U_6) = -47.623
 \end{array}$$

# **10. Составить уравнение баланса активных и реактивных мощностей с учетом взаимно индукции и с его помощью проверить правильность нахождения токов ветвей.**

В данной цепи содержится два источника ЭДС.

Вычислим комплексную мощность этих источников (ВА):

$$\underline{S} := E_{01} \cdot \overline{I_1} + E_{02} \cdot \overline{I_2} \quad S = -0.078 - 0.078i$$

Теперь вычислим активную мощность приемников (Вт):

$$\underline{P} := R_1 \cdot (|I_1|)^2 + R_2 \cdot (|I_2|)^2 + R_3 \cdot (|I_3|)^2 + R_4 \cdot (|I_4|)^2 + R_5 \cdot (|I_5|)^2 \\
 P = 1.168$$

Реактивные сопротивления ветвей уже были вычислены в задании 3:

Тогда реактивная мощность (вар):

$$\underline{Q} := (|I_1|)^2 \cdot \left( \frac{-1}{\omega C_1} \right) + (|I_6|)^2 \cdot (\omega L_1) + (|I_5|)^2 \cdot \left( \frac{-1}{\omega C_5} \right) + (|I_2|)^2 \cdot \left( \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) + (|I_3|)^2 \cdot \left( \omega L_3 - \frac{1}{\omega C_3} \right) \\
 Q_2 := 2 \cdot |I_1| \cdot |I_2| \cdot \omega M_{12} \cdot \cos(\arg(I_1) - \arg(I_2)) + 2 \cdot |I_1| \cdot |I_3| \cdot \omega M_{13} \cdot \cos(\arg(I_1) - \arg(I_3)) \\
 Q := Q_1 + Q_2 \\
 Q = 6.143 \\
 S = -0.078 - 0.078i$$

Представим в виде действительной и мнимой части:

$$\begin{array}{ll}
 \operatorname{Re}(S) = -0.078 & P = 1.168 \\
 \operatorname{Im}(S) = -0.078 & Q = 6.143
 \end{array}$$

Мы видим, что баланс мощностей сходится с точностью до 5 Вт. Эта величина сравнима погрешностью вычисления, при условии что значения токов, напряжений и сопротивлений округляются.



кду  
ной  
она  
: на  
гор,