Musterlösung zu Übung 1 zur Vorlesung Messtechnik I im SS 2006
Abgabe: KW 20, 19 Punkte

Hausaufgabe 1: NTC und PTC — 5 Punkte

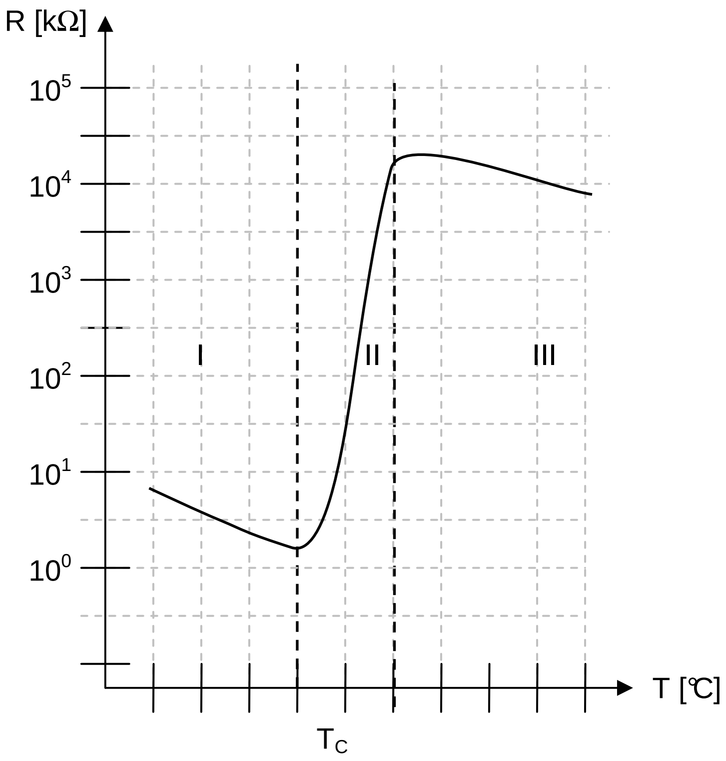
Gegeben ist ein NTC mit folgenden Daten: B = 3600 K, $R_{T0} = R_{(20°C)}$ = 10kΩ.

a) (1P) Berechnen Sie den Widerstand bei 80°C!

b) (1P) Berechnen Sie die Empfindlichkeit bei 80°C!

c) (1P) Berechnen Sie den Temperaturkoeffizienten β bei 20°C und 80°C!

Unten sehen Sie die R(T)-Kennlinie eines PTC dargestellt:



d) (1P) Erklären Sie den Verlauf der Kennlinie!

e) (1P) Nennen Sie für Heiß- und Kaltleiter je eine weitere Anwendungsmöglichkeit außer der Messung der Temperatur und erklären Sie diese!

Musterlösung zu Hausaufgabe 1:

---

a) $$R = R_0 \cdot \exp(B \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)) = 10000\Omega \cdot \exp\left\{3600K \cdot \left(\frac{1}{353{,}15K} - \frac{1}{293{,}15K}\right)\right\} = 1241\Omega$$ 1P

b) $$E = \frac{dR}{dT} = R_{(80°C)} \cdot \left(-\frac{B}{T^2}\right) = 1241\Omega \cdot \left(-\frac{3600K}{(353{,}15)^2}\right) = -36\frac{\Omega}{K}$$ 1P

c) $$\beta = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT} = -\frac{B}{T^2} = -\frac{3022K}{(293{,}15K)^2} = -0{,}042\frac{1}{K}$$ 0,5P

$$-\frac{3022K}{(353{,}15K)^2} = -0{,}029\frac{1}{K}$$ 0,5P

d) (1P) Im kalten Zustand ist der Widerstand des PTC relativ gering und zeigt das charakteristische Verhalten eines Halbleiters mit negativem Temperaturkoeffizient (I), bis zur der Curietemperatur. Dort löst sich die einheitliche Ausrichtung der Kristallite auf und es kommt zu einem sprunghaften Anstieg des Widerstandes mit steigender Temperatur (positiver Temperaturkoeffizient) (II). Im Bereich III dominiert wieder das Halbleiterverhalten. 1P

e) (1P) Ein NTC kann als Einschaltstrombegrenzer zur Motorsteuerung genutzt werden. Zu Beginn ist der Widerstand hoch und es fließt wenig Strom, erst bei nach dem Einschwingen fließt wegen der Eigenerwärmung des NTC mehr Strom.
Ein PTC kann als Überlastsicherung oder selbstregelndes Heizelement benutzt werden. Es wird bei konstanter Heizspannung betrieben, Erwärmt sich der PTC zu stark, steigt sein Widerstand stark an, wodurch der Stromfluss wieder reduziert wird. 1P

Hausaufgabe 2: Metallwiderstands-Thermometer 7 Punkte

Zur Temperaturmessung einer Klimaanlage wird ein Pt-100 Metallwiderstandsthermometer verwendet. Der Zuleitungswiderstand beträgt mit Hin- und Rückleitung 2 Ω.

a) (1P) Erklären Sie den Sensoreffekt bei Metallwiderstands-Thermometern!

b) (3P) Mit einem Messgerät wird ein Widerstand von 110 Ω gemessen, welcher Temperatur in ℃ entspricht dieser Wert? Wie groß i st der Messfehler, wenn man die Zuleitungswiderstände nicht berücksichtigt?

c) (2P) Durch welche Messverfahren werden lange Zuleitungswiderstände messtechnisch kompensiert? Erklären Sie ein Verfahren und fertigen Sie dazu eine Skizze an.

d) (1P) Warum darf die Verlustleistung, die während der Messung im Sensorelement entsteht nicht zu groß werden?

Musterlösung zu Hausaufgabe 2:

a) Mit zunehmender Temperatur wachsen die Wärmeschwingungen der Kristallgitterbausteine des Metalls. Dadurch verringert sich die mittlere freie Weglänge der Elektronen, wodurch ihre Beweglichkeit abnimmt und die Leitfähigkeit kleiner wird. 1P

b) Berechnung der Temperatur:

$$R(\vartheta) = R_0 \cdot (1 + A\vartheta + B\vartheta^2)$$

$$\Leftrightarrow \vartheta^2 + \frac{A}{B}\vartheta - \frac{\left(\frac{R(\vartheta)}{R_0} - 1\right)}{B} = 0$$ 1P

$$\Rightarrow \vartheta = -\frac{A}{2B} \pm \sqrt{\left(\frac{A}{2B}\right)^2 + \frac{\left(\frac{R(\vartheta)}{R_0} - 1\right)}{B}}$$

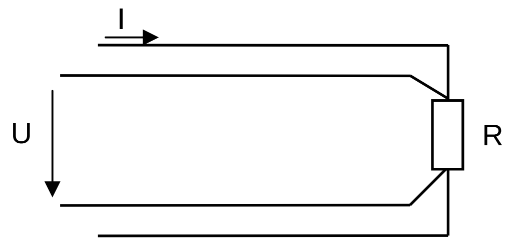
$$\vartheta = \frac{3{,}90802 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0{,}5802 \cdot 10^{-6}} \pm \sqrt{\left(\frac{3{,}90802 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0{,}5802 \cdot 10^{-6}}\right)^2 - \frac{\left(\frac{(110-2)\Omega}{100\Omega} - 1\right)}{0{,}5802 \cdot 10^{-6}}}$$

$$\Rightarrow \vartheta = 20{,}5°C$$ 1P

$$mit R_0 = 100\Omega$$

Ohne Berücksichtigung der Zuleitungswiderstände erhält man eine Temperatur von 25,7 °C, d.h. einen Messfehler von 25%! 1P

c) Das beste, aber auch teuerste Verfahren ist die sog. Vierpunktmessung, bei der jeweils für Stromzuführung und Spannungsmessung eigene Hin- und Rückleitungen verwendet werden. Die Spannungsmessung erfolgt nahezu verlustlos, während der Strom durch eigene Zuleitungen eingeprägt wird. Dadurch wird das Messergebnis nicht verfälscht. 1P

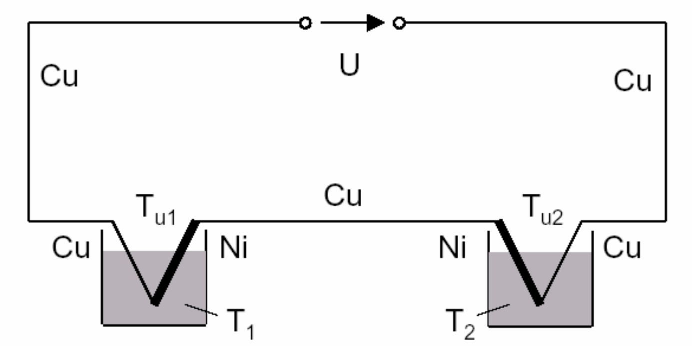


1P

d) Die im Temperaturfühler umgesetzte Leistung darf nicht zu groß werden, damit das Messergebnis nicht durch die Eigenerwärmung des Widerstandes verfälscht wird. 1P

Hausaufgabe 3: Thermoelement 7 Punkte

Zur Messung der Differenztemperatur T_d zweier Flüssigkeiten werden zwei Thermoelemente entsprechend der Anordnung verwendet. T_1 und T_2 sind die Temperaturen der Flüssigkeiten, T_{U1} und T_{U2} die der Umgebung.



a) (2P) Erklären Sie den Seebeck-Effekt.

b) (2P) Bestimmen Sie den Zusammenhang $U = f(T_d, T_{U1}, T_{U2}, k_{CuNi})$ mit $T_d = T_1 - T_2$.

c) (1P) Wie groß ist allgemein die Empfindlichkeit E der Spannung U gegenüber der Differenztemperatur T_d?

d) (1P) Berechnen Sie die Spannung U des Thermoelementes, wenn T_1 = 50°C und T_2 = 100°C beträgt! *Hinweis:* $k_{CuPt} = 0{,}7\ mV/100K$, $k_{NiPt} = -1{,}9\ mV/100K$, $T_{u1} = T_{u2}$.

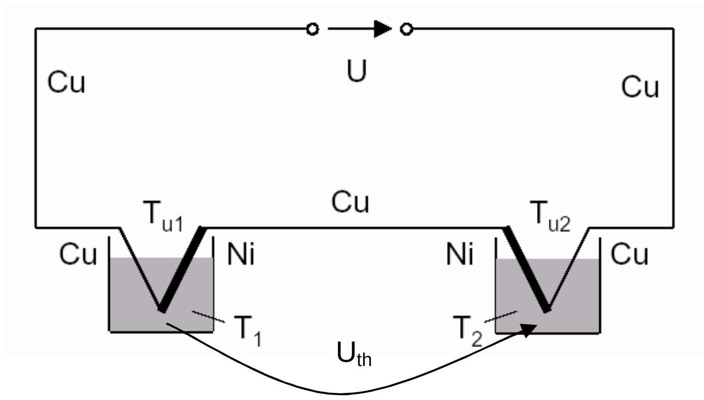
e) (1P) Um welchen Wert ΔU ändert sich U, wenn die Umgebungstemperatur T_{U1} um 10°C zunimmt?

Musterlösung zu Hausaufgabe 3: Thermoelement

a) Wenn die Verbindungsstelle zweier Leiter oder Halbleiter mit unterschiedlichen Seebeck-Koeffizienten erwärmt wird, entsteht zwischen den beiden Materialien eine thermoelektrische Spannung. Dieser Effekt wird als thermoelektrischer Effekt oder als Seebeck-Effekt bezeichnet. Es handelt sich um einen Volumendiffusionsdefekt. Am heißen Ende eines Thermoelektrischen Materials tritt aufgrund der dort höheren kinetischen Energie der Ladungsträger eine Verarmung an Ladungsträgern auf und am kalten Ende tritt eine Anreicherung an Ladungsträgern auf. 2P

b)

$$\begin{aligned} U_{th} &= k_{CuNi} \cdot T_1 + k_{NiCu} \cdot T_{U1} + k_{CuNi} \cdot T_{U2} + k_{NiCu} \cdot T_2 \\ &= k_{CuNi} \cdot (T_1 - T_2 - T_{U1} + T_{U2}) \\ &= k_{CuNi} \cdot (T_d - T_{U1} + T_{U2}) \end{aligned}$$ 2P



c)

$$E = \frac{dU}{dT_d} = k_{CuNi}$$ 1P

d)

$T_{U1} = T_{U2}$

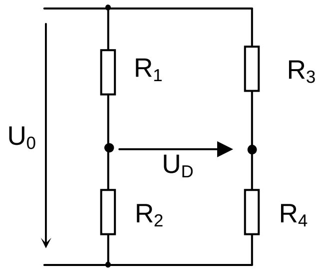
$$U_{th} = k_{CuNi} \cdot (T_1 - T_2) = (k_{CuPt} - k_{NiPt}) \cdot (T_1 - T_2) = 2{,}6 \frac{mV}{100K} \cdot (-50K) = -1{,}3mV$$ 1P

e) $$U^{|}_{th} = k_{CuNi} \cdot (T_1 - T_2 - (T_{U1} + 10K) + T_{U2}) = k_{CuNi} \cdot (50K - 100K - 10K) = -1{,}56mV = U_{th} + \Delta U$$

$$\Rightarrow \Delta U = k_{CuNi} \cdot (-10K) = -2{,}6 \frac{mV}{100K} \cdot 10K = -0{,}26\, mV$$ 1P

Sonderaufgabe 1: Brückenschaltung

Viele Sensoren ändern ihren elektrischen Widerstand in Abhängigkeit von der Messgröße. Um diesen Effekt messtechnisch umsetzen zu können, wird oft auf die sog. Brückenschaltung zurückgegriffen, die aus vier Widerständen besteht, von denen einer (Viertel-), zwei (Halb-) oder alle vier (Vollbrücke) variabel sind. Die Skizze stellt eine solche Brückenschaltung dar.



a) Berechnen Sie die Brückendiagonalspannung U_D in Abhängigkeit von U_0 und R_1 bis R_4!

b) Wie lautet die sog. Abgleichbedingung, d.h. in welchem Verhältnis müssen die Widerstände zueinander stehen, damit die Brückendiagonalspannung $U_D = 0$ V beträgt?

c) Berechnen Sie die Brückendiagonalspannung, wenn alle vier Widerstände den gleichen Grundwert haben, aber ein Widerstand sich variabel mit der Messgröße ändert, d.h. für $R_1 = R_2 = R_3 = R_0$ und $R_4 = R_0 + \Delta R$!

Musterlösung zu Sonderaufgabe 1:

a) Berechnung der Brückendiagonalspannung:

$$U_D = U_0 \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

b) Abgleichbedingung:

$$U_D \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow U_0 \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) = 0 \Rightarrow \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow R_2 R_3 + R_2 R_4 = R_1 R_4 + R_2 R_4 \Leftrightarrow R_2 R_3 = R_1 R_4$$

c) Berechnung:

$$U_D = U_0 \left(\frac{R_0}{2R_0} - \frac{R_0 + \Delta R}{2R_0 + \Delta R} \right) = U_0 \left(\frac{2R_0^2 + R_0 \Delta R - 2R_0^2 - 2R_0 \Delta R}{4R_0^2 + 2R_0 \Delta R} \right)$$

$$= -U_0 \left(\frac{\Delta R}{4R_0 + 2\Delta R} \right) \stackrel{\text{für} |\Delta R| << R_0}{=} -\frac{1}{4} U_0 \frac{\Delta R}{R_0}$$ daher der Name „Viertelbrücke“!

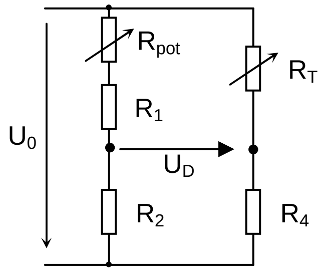
Sonderaufgabe 2: Metallwiderstands-Thermometer

Zur Temperaturregelung eines Brutschrankes (Solltemperatur: 38,6℃) soll ein Pt-1000-Widerstandsthermometer R_T eingesetzt werden, das mit Hilfe einer Brückenschaltung ausgelesen wird. Folgende Daten sind bekannt:

$R_1 = 10000\Omega$

$R_2 = 11500\Omega$

$R_3 = 1150\Omega$



a) Auf welchen Wert muss der variable Widerstand R_{pot} eingestellt werden ($R_{pot} \geq 0\Omega$), damit die Brücke bei der Solltemperatur abgeglichen ist?

b) Wie groß darf die Brückenspannung U_0 maximal sein, wenn im Temperaturfühler nicht mehr als 2 mW elektrische Leistung umgesetzt werden soll?
Warum darf diese Leistung nicht zu groß werden?

c) Die Brücke wird nun mit einer Spannung von U_0 = 2 V betrieben, die Diagonalspannung wird auf einen Komparator (spannungsabhängiger Umschalter) gegeben, mit dem ein Heizelement geschaltet wird. Dieser Komparator hat eine Schalthysterese von ±1 mV, d.h. das Heizelement wird bei einer Brückendiagonalspannung von -1mV eingeschaltet und erst wieder bei U_D = + 1mV ausgeschaltet. Wie stark schwankt dadurch die Temperatur des Brutschranks, wenn andere Einflüsse vernachlässigt werden können?

Musterlösung zu Sonderaufgabe 2:

---

a) Die Brücke ist bei 38,6°C abgeglichen, wenn gilt:

$$\frac{R_1 + R_{pot}}{R_2} = \frac{R_T}{R_4} \Leftrightarrow R_{pot} = \frac{R_2}{R_4} R_T(38{,}6°C) - R_1 \qquad \text{1P}$$

Für den Pt-1000 gilt:

$$R(\vartheta) = R_0 \cdot (1 + 3{,}90802 \cdot 10^{-3}\vartheta - 0{,}5802 \cdot 10^{-6}\vartheta^2) \quad mit\ R_0 = 1000\,\Omega \qquad \text{1P}$$

also: $R_T(38{,}6°C) = 1150{,}0\ \Omega$ und damit $R_{pot} = 1.500\ \Omega$. 1P

b) Der am Temperaturfühler abfallende Spannung U_T berechnet sich aus dem Spannungsteiler mit R_4, der Strom aus dem Gesamtwiderstand:

$$U_T = U_0 \cdot \frac{R_T}{R_T + R_4} \qquad I_T = \frac{U_0}{R_T + R_4} \qquad \text{1P+1P}$$

Die maximal zulässige Brückenspannung ergibt sich aus der maximalen Leistung:

$$P_T = U_T \cdot I_T \left(= \frac{U_T^2}{R_T} = R_T \cdot I_T^2 \right) = U_0^2 \cdot \frac{R_T}{(R_T + R_4)^2} \Rightarrow U_{0\max} = \sqrt{\frac{P_{T\max}}{R_T}}(R_T + R_4) = 3{,}03\,V \qquad \text{2P}$$

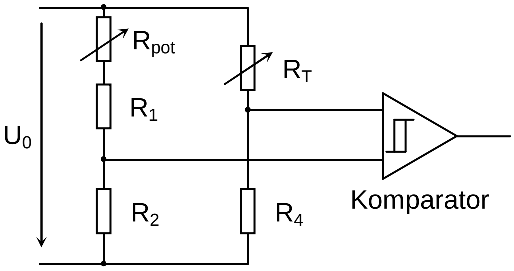
Die im Temperaturfühler umgesetzte Leistung darf nicht zu groß werden, damit das Messergebnis nicht durch die Eigenerwärmung des Widerstandes verfälscht wird.

c) Um die Temperaturschwankung zu berechnen, muss bestimmt werden, bei welchen Temperaturen die Brücke eine Spannung von +1 mV bzw. –1 mV liefert. Berechne dazu zunächst die Empfindlichkeit der Anordnung. Beachte: Viertelbrücke mit Arbeitspunkt bei ϑ= 38,6°C.

$$S_{Brücke} = \frac{\partial U}{\partial \vartheta} = \frac{\partial}{\partial \vartheta}\left(\frac{1}{4}U_0 \frac{\Delta R}{R_0}\right) = \frac{\partial}{\partial \vartheta}\left(\frac{1}{4}U_0 \frac{R_0 \cdot \left(\alpha \cdot \vartheta + \beta \cdot \vartheta^2\right)}{R_0}\right) = \frac{1}{4}U_0\left(\alpha + 2\beta\vartheta\right) = 1{,}93\frac{mV}{K}$$

2P

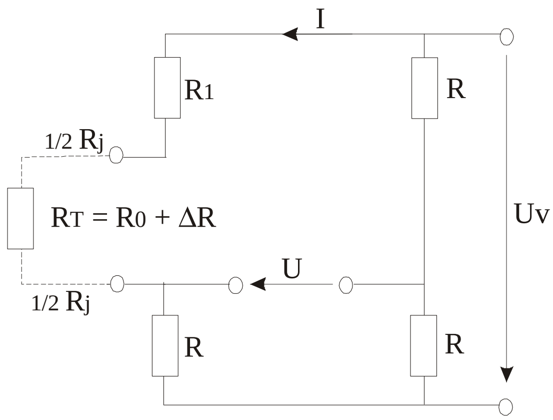
Also ergibt sich: $\pm\Delta\vartheta = \frac{\pm\Delta U_{max}}{S_{Brücke}} = \pm 0{,}52K$ 1P



1P

Sonderaufgabe 3: Metall-Widerstandsthermometer

Für den Aufbau einer Temperaturmessstelle wird ein Pt-100-Widerstandsthermometer in Zweileiter-schaltung verwendet. Der Messbereich beträgt 150℃ bis 200℃, die Zuleitungen zum Thermometer haben einen Widerstand von insgesamt R_j = 10 Ω, die Brückenversorgungsspannung beträgt U_V = 5 V. In dem Schaltplan rechts ist die genaue Verdrahtung zu sehen.



a) Dimensionieren Sie die Widerstände so, dass am Messbereichsanfang der Strom durch das Widerstandsthermometer I_0 = 2 mA beträgt.

b) Bestimmen Sie die Gleichung für die Brückenausgangsspannung U in Abhängigkeit von der Temperatur der Messstelle.

c) Die Zuleitungswiderstände erhöhen sich aufgrund äußerer Einflüsse auf R_l = 11 Ω. Ermitteln Sie den relativen Fehler am Messbereichsanfang bezogen auf den Messbereichsendwert.

Musterlösung zu Sonderaufgabe 3:

---

a) T = 150℃ → R_{T150} = 157,31 Ω

T = 200℃ → R_{T200} = 175,84 Ω

b) Dimensionierung der Widerstände:

$$U = \frac{U_V}{2} - R \cdot I \qquad (1)$$

$$R_1 + R_j + R_0 + \Delta R + R = \frac{U_V}{I} \qquad (2)$$

Messbereichsanfang: $\Delta R = 0, \quad U = 0, \quad I = I_0$

$$R_0 = R_{T150} = 157{,}31\Omega$$

aus (1): $R = \frac{U_V}{2I_0} = \frac{5V}{4mA} = 1{,}25k\Omega$,

aus (1) & (2): $R_1 = R - R_j - R_0 = 1{,}25k\Omega - 10\Omega - 157{,}31\Omega = 1{,}08269k\Omega$ (3)

$U = f(\Delta R)$

aus (2) & (3): $I = \frac{U_V}{2R + \Delta R}$ (4)

(4) in (1): $U = \frac{U_V}{2} - \frac{R \cdot U_V}{2R + \Delta R} = \frac{2R + \Delta R - 2R}{4R + 2\Delta R} \cdot U_V = \frac{\Delta R}{5k\Omega + 2\Delta R} \cdot 5V$

c)

Fehler am Messbereichsanfang bei $R_l = 11\ \Omega$

Messbereichsanfang:

$R_l = 10\Omega$: $\quad U = U_A = 0$

$R_l = 11\Omega$: $\quad U'_A = \frac{1\Omega}{5k\Omega + 2 \cdot 1\Omega} \cdot U_V = 0{,}9996mV \approx 1mV$

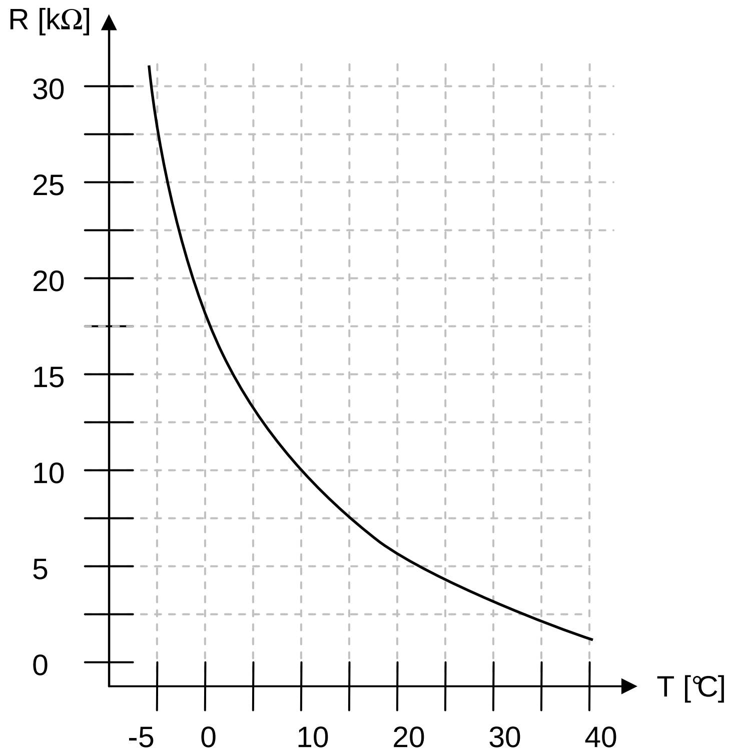
Messbereichsende:

$R_l = 10\Omega$: $\quad U = U_E = \frac{R_{T200} - R_{T150}}{5k\Omega + 2 \cdot (R_{T200} - R_{T150})} \cdot U_V = \frac{18{,}53}{5k + 37{,}06} \cdot 5V = 18{,}39mV$

$$F_{rel} = \frac{U'_A - U_A}{U_E - U_A} = \frac{1mV}{18{,}39mV} = 5{,}44\%$$

Sonderaufgabe 4: Temperatursensor

In der Abbildung ist eine R(T)-Kennlinie eines berührenden Temperatursensors gezeigt.



a) Um welchen Sensortyp handelt es sich?

b) Geben Sie eine physikalische Begründung für den Temperaturkoeffizienten des Widerstandes des Sensors!

c) Berechnen Sie den Temperaturkoeffizienten $\beta = \frac{1}{R(T)} \cdot \frac{dR}{dT}$!

d) Stellen sie den Temperaturkoeffizienten als Funktion der Temperatur in °C im Bereich von -5°C bis 40°C graphisch dar!

Musterlösung zu Sonderaufgabe 4:

---

a) Thermistor, NTC 1P

b) NTC sind Halbleiter, d.h. die Ladungsträger sind Elektronen und lokalisiert an Atomen. Der Ladungstransport erfolgt durch thermisch angeregte „Sprünge“ der Elektronen. Diese Sprünge benötigen Energie, die bei hoher Temperatur leichter verfügbar ist => erhöhte Leitfähigkeit bei erhöhter Temperatur. 1P

c) Eliminierung von R(T)|T∞ durch Einsetzen zweier Punkte (R_1,T_1), (R_2,T_2) der Kennlinie und auflösen nach B: 1P

$$R(T) = R(T)\big|_{T=\infty} \cdot \exp\left(\frac{B}{T}\right)$$ 1P

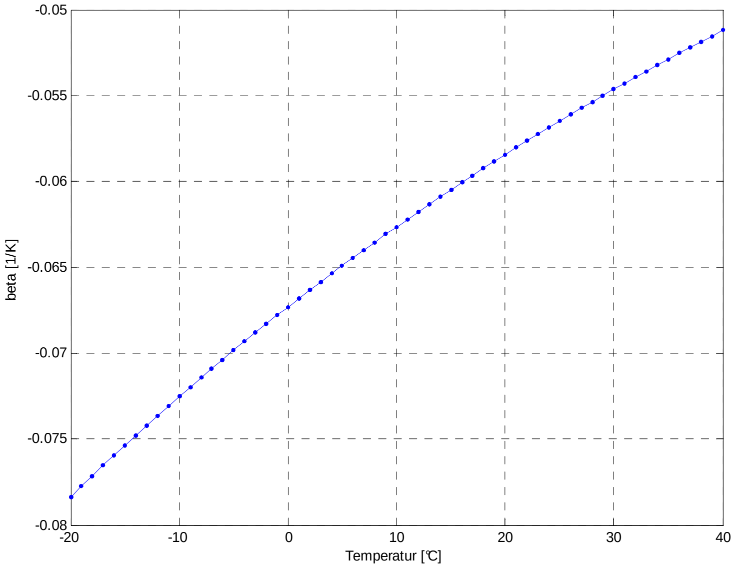
$$\Rightarrow B = (\ln R_1 - \ln R_2) \cdot \frac{T_1 \cdot T_2}{T_2 - T_1} = (\ln 27500\Omega - \ln 7500\Omega) \cdot \frac{268{,}15K \cdot 288{,}15K}{288{,}15K - 268{,}15K} = 5022K$$

1P

$$\beta = \frac{1}{R(T)} \cdot \frac{dR}{dT} = -\frac{B}{T^2}$$

$$\beta = -\frac{5022K}{T^2}$$ 1P

d) Graph:



1 P

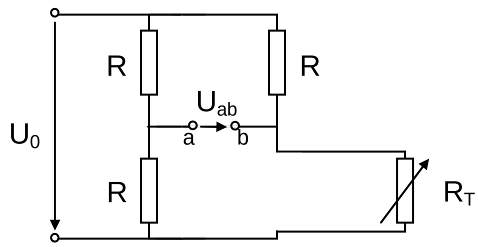
Sonderaufgabe 5: Temperaturmessung mit Heißleiter

Ein NTC-Temperaturfühler soll im medizinischen Bereich eingesetzt werden (Temperaturbereich 36℃ bis 45℃). Die Temperaturabhängigkeit de s Fühlers wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$R_T = R_{T0} \cdot \exp\left(B \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right)$$

Mit $R_{T0} = 10{,}0k\Omega$ bei $T_0 = 273K$ und $B = 4052K$

Der Temperaturfühler ist in nebenstehender Brückenschaltung (U_0 = 10V) eingebaut.



a) Welchen Wert müssen die Widerstände R haben, damit die Brücke bei 36℃ abgeglichen ist?

b) Geben Sie die Leerlaufspannung U_{d0} der Brückendiagonale in Abhängigkeit von R_T, U_0 und R an.

c) Berechnen Sie die Empfindlichkeit der Messanordnung allgemein und für T=36℃. (Die Empfindlichkeit ist definiert als die Änderung der Ausgangsgröße dividiert durch die Änderung der Eingangsgröße.) Wie verhält sich die Empfindlichkeit bei unterschiedlichen Messtemperaturen?

Lösung zu Sonderaufgabe 5: Temperaturmessung mit Heißleiter

a) Die Abgleichbedingung liefert:

$$\frac{R}{R} = \frac{R}{R_T(36°C)} \Rightarrow R = R_T(36°C)$$

$$R_T(36°C) = 10k\Omega \cdot \exp\left(4052K\left(\frac{1}{273K+36K} - \frac{1}{273K}\right)\right) = 1774{,}223\Omega \approx 1{,}77k\Omega$$

b) Die Spannung der Brückendiagonale errechnet sich zu:

$$U_{ab} = \left(\frac{R}{2R} - \frac{R_T}{R+R_T}\right)\cdot U_0 = \left(\frac{1}{2} - \frac{R_T}{R+R_T}\right)\cdot U_0 = \frac{R-R_T}{2\cdot(R+R_T)}U_0$$

c) Empfindlichkeit ist definiert als Änderung der Ausgangsgröße / Änderung der Eingangsgröße. Also hier:

$$k = \frac{dU_{ab}}{dT}$$

Ausgangspunkt der Ableitung ist hier:

$$U_{ab} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1+\frac{R}{R_T}}\right)\cdot U_0$$

Es ergibt sich:

$$k = \frac{dU_{ab}}{dT} = -\frac{B\cdot R\cdot R_T}{T^2\cdot(R+R_T)^2}\cdot U_0$$

$$= \frac{4052K\cdot 1{,}7k\Omega\cdot 1{,}7k\Omega}{(273K+36K)^2(3{,}4k\Omega)^2}\cdot 10V = 0{,}106094\frac{V}{K} \approx 0{,}11\frac{V}{K}$$

Die Empfindlichkeit ist also entsprechend obiger Gleichung temperatur**ab**hängig.