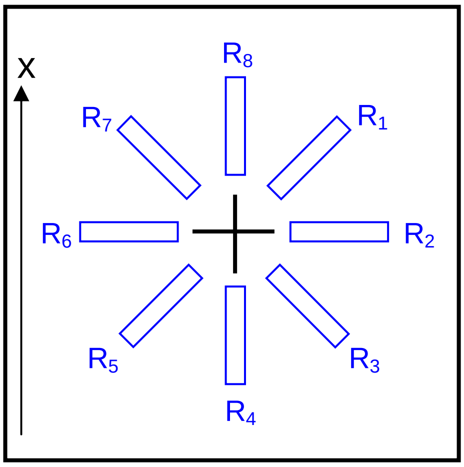
# Musterlösung zu Übung 4 zur Vorlesung Messtechnik I im SS 2006
## Abgabe: KW 27, 18 Punkte

## Hausaufgabe 1: Absolute Winkelmessung — 7 Punkte




Für eine berührungslose Winkelmessung wird mit dem skizzierten MR-Sensor, bestehend aus 8 MR-Widerstandselementen **ohne** Barberpole (MR-Koeffizient $k_{MR}$ = 4,5 %) das Feld eines Stabmagneten abgetastet.

Der Magnet ist ausreichend stark, um die Magnetisierung der Elemente vollständig auszurichten.

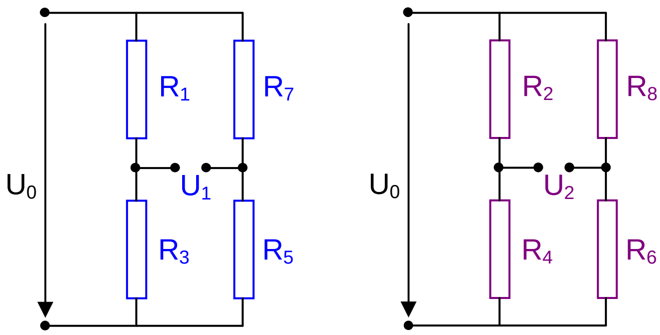
Die Sensorelemente werden zu zwei Vollbrücken verschaltet, die mit einer Spannung von $U_0$ = 5 V versorgt werden.

a) (5P) Skizzieren Sie die Verschaltung der Sensorelemente zu zwei Vollbrücken, geben Sie die Ausgangssignale der Brücken in Abhängigkeit vom Winkel φ zwischen Stabmagnet und x-Achse des Chips an und bestimmen Sie die Signalamplitude!

b) (2P) Wie groß ist der Messbereich dieses Sensors und warum werden zwei Brücken eingesetzt?

MUSTERLÖSUNG zu Hausaufgabe 1: Absolute Winkelmessung

a) Verschaltung der acht Sensorelemente zu zwei Vollbrücken.




1P

Für MR-Widerstände ohne Barberpole gilt nach Vorlesung mit dem Winkel Θ zwischen Stromrichtung und Magnetfeld:

$$R = R_{mittel} + \frac{1}{2}\Delta R_{\max} \cdot \cos 2\Theta$$ 1P

Die Widerstände $R_i$ sind hier jeweils um den Winkel $i\cdot\pi/4$ gegenüber der x-Achse des Chips gedreht, damit ergibt sich bei einem Winkel φ zwischen Stabmagnet und x-Achse folglich der Winkel $(\varphi - i\cdot\pi/4)$ zwischen der Stromrichtung des Elements $R_i$ und dem Magnetfeld und damit: 0,5P

$$R_{1,5} = R_{mittel} + \frac{1}{2}\Delta R_{\max}\cdot\cos\left(2\varphi - \frac{\pi}{2}\right) = R_{mittel} + \frac{1}{2}\Delta R_{\max}\cdot\sin 2\varphi$$

0,5P

$$R_{3,7} = R_{mittel} + \frac{1}{2}\Delta R_{\max}\cdot\cos\left(2\varphi - \frac{3\pi}{2}\right) = R_{mittel} - \frac{1}{2}\Delta R_{\max}\cdot\sin 2\varphi$$

$$R_{2,6} = R_{mittel} + \frac{1}{2}\Delta R_{\max}\cdot\cos(2\varphi - \pi) = R_{mittel} - \frac{1}{2}\Delta R_{\max}\cdot\cos 2\varphi$$

0,5P

$$R_{4,8} = R_{mittel} + \frac{1}{2}\Delta R_{\max}\cdot\cos(2\varphi - 2\pi) = R_{mittel} + \frac{1}{2}\Delta R_{\max}\cdot\cos 2\varphi$$

Damit ergeben sich für die beiden Vollbrücken jeweils die Ausgangsspannungen:

$$U_1 = U_0\cdot\frac{\Delta R}{R_{mittel}} = \frac{1}{2}U_0\frac{\Delta R_{\max}}{R_{mittel}}\sin 2\varphi = \frac{1}{2}U_0 k_{MR}\sin 2\varphi$$

0,5P

$$U_2 = U_0\cdot\frac{\Delta R}{R_{mittel}} = \frac{1}{2}U_0\frac{\Delta R_{\max}}{R_{mittel}}\cos 2\varphi = \frac{1}{2}U_0 k_{MR}\cos 2\varphi$$

Die Signalamplitude ist damit in beiden Fällen:

$$\hat{U}_{1,2} = \frac{1}{2}U_0 k_{MR} = 112{,}5\,mV$$

1P

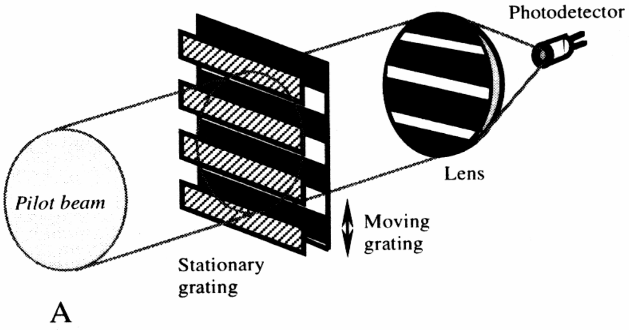
b) Der Messbereich des Sensors ist wegen der 2φ-Periodizität eine halbe Umdrehung, also π bzw. 180° (0,5P).

Mit zwei Brücken erzielt man einmal einen größeren Messbereich (eine Brücke nur 90°) (0,5P)mit gleich bleibender Auflösung (0,5P)und zweitens ein Signal das unabhängig von Schwankungen der Versorgungsspannung und des MR-Koeffizienten (0,5P) (z. B. durch Temperaturänderungen) ist (s.u.). 2P

## Hausaufgabe 2: Analoge Auswertung inkrementaler Geber 6 Punkte

Inkrementale Geber (in der Abbildung am Beispiel eines Photodetektors) können zur Ortsbestimmung z.B. von Druckköpfen eingesetzt werden. Das Auflösungsvermögen kann dabei durch Auswertung der analogen Signale wesentlich erhöht werden.

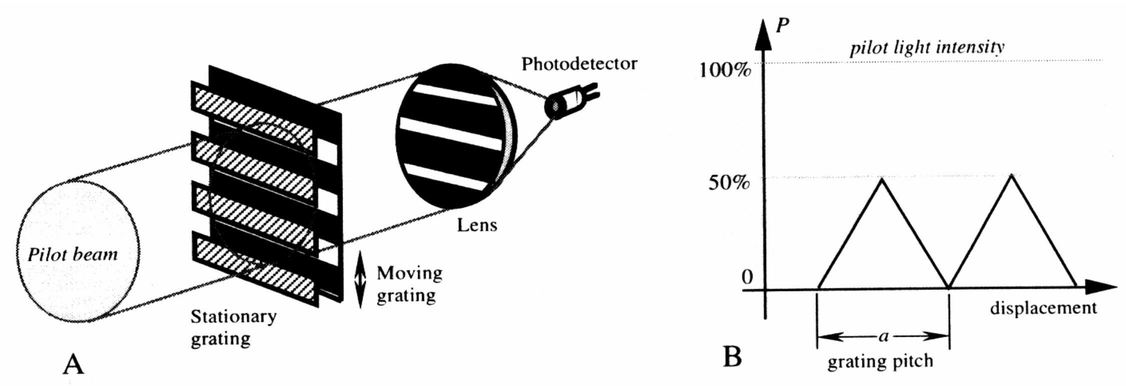
a) (2P) Welches Auflösungsvermögen ist bei einer Teilung (Rasterperiodizität) von 0,1 mm mit einem elektronischen Signalwandler der Auflösung $2^4$ (4-bit) theoretisch möglich? Erklärung!




b) (4P) Wie äußert sich eine Schwankung der Linienbreiten bzw. der Lampenhelligkeit im Hinblick auf das Auflösungsvermögen? Erläutern Sie diese Effekte und deren Auswirkungen anhand einer Skizze. Welche Schlussfolgerungen ergeben sich für die Auslegung des Systems?

## Musterlösung

a) Bei Voraussetzung eines idealen Gitters (Gitterbreiten gleich und konstant) ergibt sich der in der




Vorlesung gezeigte dreieckförmige Verlauf des Sensorsignals.

Die Ausdehnung eines Dreiecks in x-Richtung entspricht dabei einem Raster, d.h. eine Flanke des Dreiecks steigt von ihrem kleinsten bis zu ihrem größten Wert über ½ Rasterperiode auf (0,5P). Das Lichtintensitäts-Intervall von 0 bis 50% der Lampenhelligkeit wird mit dem Wandler verarbeitet (0,5P). 1P

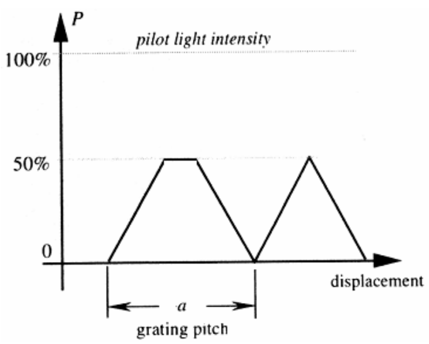
Es folgt für das Auflösungsvermögen:

$(0{,}1\text{mm}/2) / 2^4 = 3{,}125\ \mu\text{m}$ 1P

b) <u>Schwankung der Linienbreiten :</u>

Eine Schwankung der Linienbreiten äußert sich durch Ausbildung von Plateaus im Sensorsignal (0,5P).

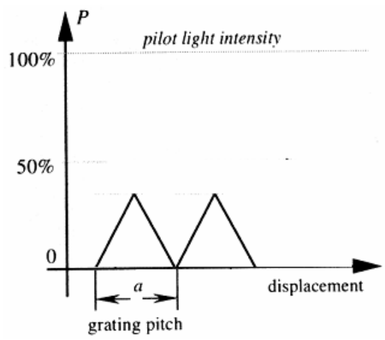
Da diese Plateaus auf einem Intensitätswert liegen, liefert der Wandler auch entlang der x-Werte dieses Plateaus auch nur einen Wert. Das heißt es werden verschiedene x-Werte in einen Intensitätswert abgebildet, was natürlich die Auflösung vermindert (0,5P). Skizze (0,5P) 1,5P




<u>Verringerung der Lampenhelligkeit:</u>

Durch Verringerung der Lampenhelligkeit wird die Spitze des Dreiecks zu kleineren Werten verschoben (0,5P).

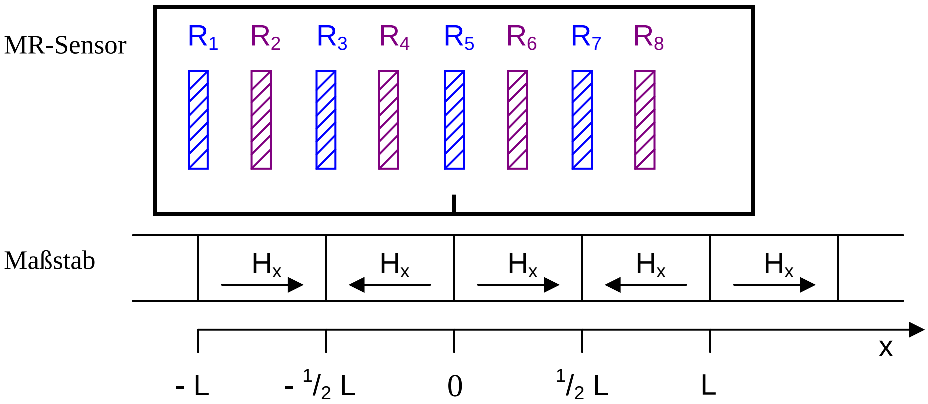
Da der Wandler allerdings auf 50% der Lampenhelligkeit eingestellt wurde, bedeutet das, dass der Wandler nur noch zu einem Teil ausgesteuert wird, was sich ebenfalls in einer Reduktion der Auflösung äußert, es sei denn man macht zuvor einen Kalibrierlauf um die max. Helligkeit zu bestimmen (0,5P).Skizze (0,5P) 1,5P

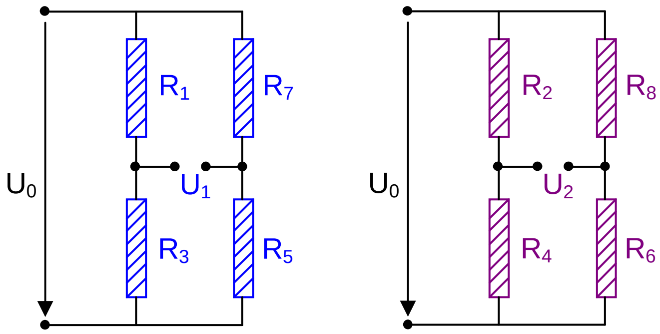



Aus diesen Ergebnissen lässt sich folgern, dass zur genauen Ortsbestimmung feine Gitter hoher Güte sowie nachgeschaltete Signalwandler mit großem Auflösungsvermögen benötigt werden. 1P

## Hausaufgabe 3: Wegmessung mit MR-Sensor — 5 Punkte

Für eine hochauflösende Wegmessung wird der skizzierte MR-Sensor (feststehend), bestehend aus 8 MR-Widerstandselementen (MR-Koeffizient $k_{MR}$ = 4 %, Koerzitivfeldstärke $H_k$= 5 kA/m) **mit** Barberpolen, eingesetzt. Über den Sensor wird der ebenfalls skizzierte magnetische Maßstab (kleine Feldstärken) bewegt.




Für den Maßstab gilt:

$$H_x = \hat{H}_x \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{L}\right) \qquad \text{mit } \hat{H}_x = 1\frac{kA}{m} \quad \text{und} \quad L = 200\ \mu m$$

Die Position des Sensors soll relativ zum Maßstab differenziell gemessen werden.

Dazu werden die acht Widerstandselemente wie skizziert verschaltet.

a) (3,5P) Geben Sie die Ausgangssignale der Brücken in Abhängigkeit von der Position x an und bestimmen Sie die Signalamplitude bei einer Brückenversorgungsspannung von $U_0$ = 5 V. Warum werden zwei Brücken benötigt?

*Hinweis: Benutzen Sie die Näherung für kleine Feldstärken* $R_i = R_{mittel} + \frac{\Delta R_{\max}}{H_k} H_x$

b) (1,5P) Skizzieren Sie den Signalverlauf beider Brücken für das Intervall [0; 0,5 mm]! Welche Wegauflösung erzielt die Anordnung?

Musterlösung: Wegmessung mit MR-Sensor

a) Für kleine Feldstärken $H_x$ gilt nach Vorlesung:

$$R_i = R_{mittel} + \frac{\Delta R_{\max}}{H_k} H_x = R_{mittel} + \Delta R_{\max} \frac{\hat{H}_x}{H_k} \cdot \sin\left(2\pi \frac{x + (i-1)\cdot L/4}{L}\right) = R_{mittel} + \Delta R_{\max} \frac{\hat{H}_x}{H_k} \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{L} + (i-1)\frac{\pi}{2}\right)$$

Also:

$$R_{1,5} = R_{mittel} + \Delta R_{\max} \frac{\hat{H}_x}{H_k} \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{L}\right),\ R_{3,7} = R_{mittel} - \Delta R_{\max} \frac{\hat{H}_x}{H_k} \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{L}\right)$$

und

$$R_{2,6} = R_{mittel} + \Delta R_{\max} \frac{\hat{H}_x}{H_k} \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{L}\right),\ R_{4,8} = R_{mittel} - \Delta R_{\max} \frac{\hat{H}_x}{H_k} \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{L}\right),$$ je 0,5 P

Schließlich:

$$U_{\sin} = U_0 \cdot \frac{\Delta R}{R_{mittel}} = U_0 \cdot \underbrace{\frac{\Delta R_{\max}}{R_{mittel}}}_{\approx k_{MR}} \frac{\hat{H}_x}{H_k} \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{L}\right)$$

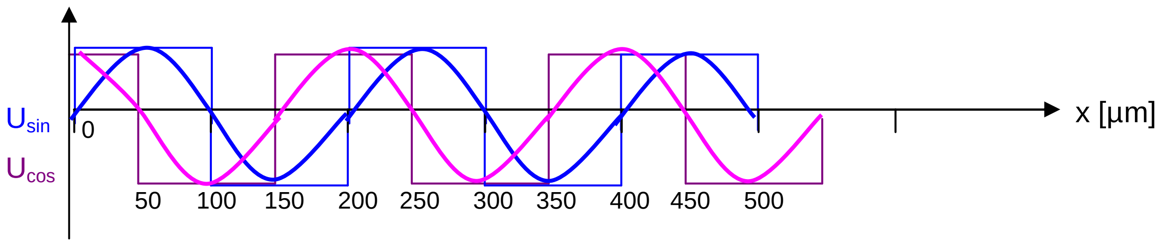
und

$$U_{\cos} = U_0 \cdot \frac{\Delta R}{R_{mittel}} = U_0 \cdot \underbrace{\frac{\Delta R_{\max}}{R_{mittel}}}_{\approx k_{MR}} \frac{\hat{H}_x}{H_k} \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{L}\right)$$ je 0,5P

Die Signalamplitude ist in beiden Fällen also:

$$\hat{U} = U_0 \cdot \underbrace{\frac{\Delta R_{\max}}{R_{mittel}}}_{\approx k_{MR}} \frac{\hat{H}_x}{H_k} = 5\,V \cdot 0{,}04 \cdot \frac{1\,\frac{kA}{m}}{5\,\frac{kA}{m}} = 40\ mV$$ 0,5 P

Zwei Brückenschaltungen werden benötigt, um die Bewegungsrichtung erkennen zu können, mit nur einer Brücke ist das nicht möglich! 0,5P




0,5P Skizze

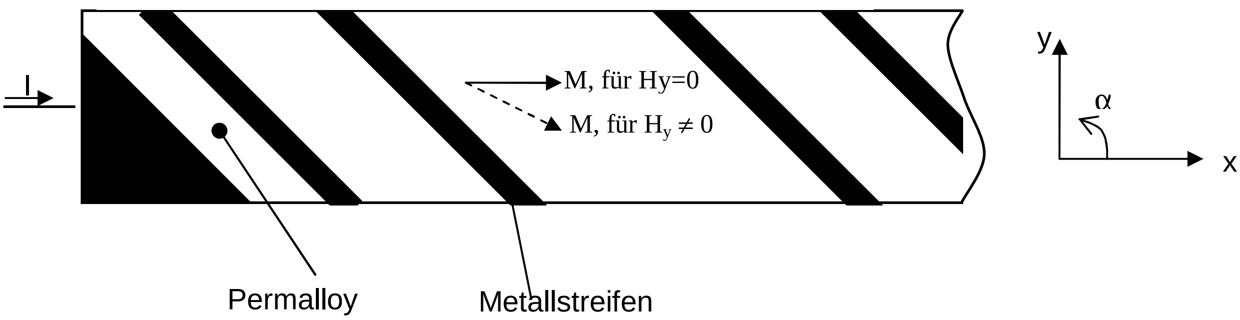
Die erzielte Auflösung ist also L/4 = 50 µm. 0,5P

## Sonderaufgabe 1: Geflippter MR-Sensor mit Offsetspannung

Bei nicht exakt übereinstimmenden Brückenwiderständen zeigt ein MR-Sensor auch ohne äußeres Feld eine Spannung an, die sog. Offsetspannung.

a) Wie groß ist die Offsetspannung einer Brücke mit $R_1 = R_0 + \Delta R$ und $R_{2,3,4} = R_0$?

b) Zeigen Sie, dass bei Umkehrung der Magnetisierungsrichtung der MR-Schichten die durch den MR-Effekt hervorgerufene Signalspannung das Vorzeichen wechselt, während die Offset-Spannung gleich bleibt. Gehen Sie dazu von dem skizzierten MR-Streifen aus.

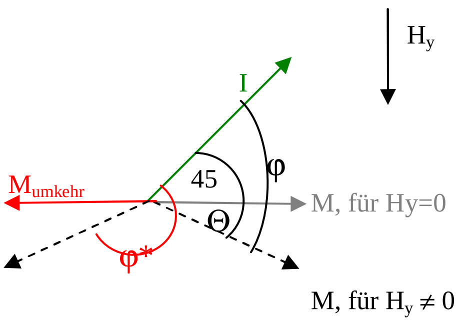



Musterlösung: Geflippter MR-Sensor mit Offsetspannung

a) $$U_{Offset} = U_0\left(\frac{R_1}{R_1+R_3} - \frac{R_2}{R_2+R_4}\right) = U_0\left(\frac{R_0+\delta R}{2R_0+\delta R} - \frac{R_0}{2R_0}\right)$$
$$= U_0 \frac{(R_0+\delta R)\cdot 2R_0 - R_0(2R_0+\delta R)}{(2R_0+\delta R)\cdot 2R_0} = U_0 \frac{\delta R \cdot 2R_0 - R_0 \cdot \delta R}{(2R_0+\delta R)\cdot 2R_0}$$
$$= U_0 \frac{\delta R \cdot R_0}{(2R_0+\delta R)\cdot 2R_0} \approx U_0 \frac{\delta R \cdot R_0}{4R_0^2} = \frac{1}{4} U_0 \frac{\delta R}{R_0}$$

mit der Näherung $2R_0 + \delta R \approx 2R_0$.

b) Geht man von einem MR-Streifen mit Magnetisierung in positiver x-Richtung wie im Bild gezeigt aus, so gilt mit θ als Winkel zwischen x-Achse und M, φ als Winkel zwischen I und M:




$$\varphi = 45° + \theta$$

Wird die Magnetisierungsrichtung umgedreht , so ist $\varphi^* = 180° + 45° - \theta = 225° - \theta$, da ein Feld in negativer Richtung $H_y$ die Magnetisierung M dann ebenfalls nach unten dreht.

Es gilt: $R = R_{\max} - \Delta R_{\max} \cdot \sin^2\left(\angle(i, M)\right)$, hier:

$$R = R_{\max} - \Delta R_{\max} \cdot \sin^2(\varphi) = R_{\max} - \Delta R_{\max} \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos(2 \cdot \varphi)\right] =$$

$$= R_{\max} - \frac{1}{2} \cdot \Delta R_{\max} + \frac{1}{2} \cdot \Delta R_{\max} \cdot \cos\left(2 \cdot (45° + \theta)\right) = R_{mittel} + \frac{1}{2} \cdot \Delta R_{\max} \cdot \cos(90 + 2 \cdot \theta) =$$

$$= R_{mittel} - \frac{1}{2} \cdot \Delta R_{\max} \cdot \sin(2 \cdot \theta)$$

Wird die Magnetisierung nun umgedreht bleiben alle Parameter unverändert, lediglich φ muss durch φ* ersetzt werden.

$$R^* = R_{\max} - \frac{1}{2} \cdot \Delta R_{\max} + \frac{1}{2} \cdot \Delta R_{\max} \cdot \cos\left(2 \cdot (225° - \theta)\right) = R_{mittel} + \frac{1}{2} \cdot \Delta R_{\max} \cdot \cos(90 - 2 \cdot \theta) =$$

$$= R_{mittel} + \frac{1}{2} \cdot \Delta R_{\max} \cdot \sin(2 \cdot \theta)$$

Das bedeutet, dass Widerstandsänderungen durch ein Magnetfeld stets das jeweils entgegengesetzte Vorzeichen, also $\Delta R^* = -\Delta R$ haben, und damit:

$$U_S^* = U_0 \frac{\Delta R^*}{R_0} = -U_0 \frac{\Delta R}{R_0}$$

Die Offsetspannung ändert ihr Vorzeichen nicht, wie man aus dem Ergebnis von a) sieht, bzw. durch Betrachtung des feldfreien Zustandes.

Das Gesamtsignal ist in erster Näherung $U_{ges} \approx U_{Offset} + U_S$ und die Differenz beider Gesamtausgänge liefert dann:

$$U_{ges} - U^*_{ges} = U_{Offset} + U_S - \left(U_{Offset} + U^*_S\right) = 2 \cdot U_0 \cdot \frac{\Delta R}{R_0}$$

Die Differenz der Signalspannung mit jeweils entgegengesetzt magnetisiertem MR-Streifen ist also unabhängig vom Offset, damit ist auf dem Sensor eine Offset-Korrektur möglich. Die Umkehrung der Magnetisierung erfolgt durch einen weiteren Leiter, den Flipleiter, der unter der MR-Struktur senkrecht zu diesen verläuft. Ein Strom durch den Flipleiter erzeugt ein Magnetfeld in Streifenlängsrichtung, ist dieses groß genug und der Magnetisierung entgegengerichtet, so kehrt sich diese um.

## Sonderaufgabe 2: MR-Sensor-Messbrücke

Gegeben ist ein magnetoresistiver Magnetfeldsensor auf Permalloy-Basis (MR-Koeffizient = 3,9%), der als Halbbrücke aus den zwei MR-Widerständen $R_{1m}$, $R_{2m}$ (Magnetisierung und Barberpole wie unten gezeichnet) und den Festwiderständen $R_{10}$ und $R_{20}$ aufgebaut ist. Zum Abgleichen sind zusätzliche Trimmwiderstände $R_{t1}$, $R_{t2}$ und $R_{t3}$ auf dem Chip aufgebracht.