

Министерство образования Российской Федерации
Московский государственный горный университет
Кафедра Электротехники

Е.Ф. Цапенко, В.А. Румянцева

Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях

Методические указания к самостоятельной работе по ТОЭ для студентов
специальности 180400 «Электропривод и автоматика промышленных
установок и комплексов»

Москва 2004

Домашнее задание.

На рис.1-20 приведены схемы электрических цепей, у которых переходные процессы вызываются замыканием (или размыканием) ключа «К». Коммутация происходит в момент времени $t = 0$. В цепи действует источник постоянной ЭДС E .

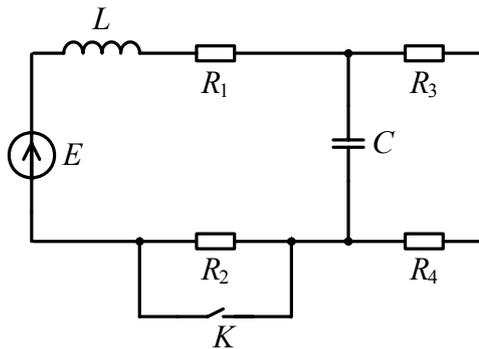
Требуется определить токи (или напряжения) двумя методами: классическим и операторным.

В соответствии с заданиями одни студенты решают задачи варианта «А», другие – варианта «В». На основании полученного аналитического выражения в интервале от $t = 0$ до t_0 (t_0 – время, при котором переходной процесс практически заканчивается) строится график искомой величины в зависимости от времени.

Для облегчения работы приведены общая методика исследования переходных процессов классическим и операторным методом. Рассмотрены числовые примеры применения этих методик.

Указаны требования к составлению отчета. Приведена рекомендация к оформлению титульного листа студенческого отчета.

Задача 1.

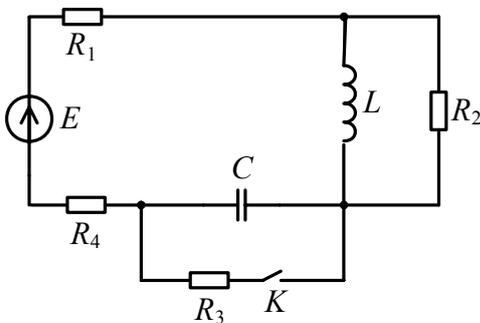


| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 50 | 1 | 1500 | 2 | 13 | 3 | 2 |

Определить:

- А. Напряжение $u_L(t)$ на катушке при переходном процессе
- В. Напряжение $u_C(t)$ на конденсаторе при переходном процессе

Задача 2.

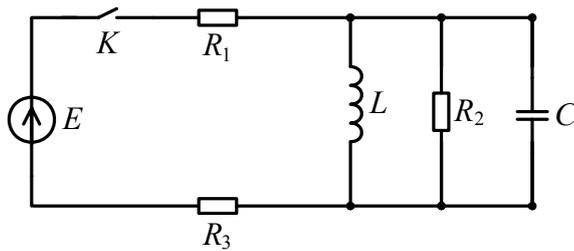


| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 150 | 2 | 50 | 5 | 10 | 5 | 5 |

Определить:

- А. Ток в конденсаторе $i_C(t)$ при переходном процессе
- В. Ток в резисторе R_3 при переходном процессе

Задача 3.



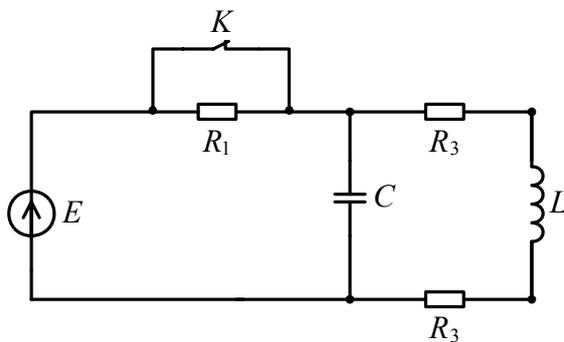
| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 100 | 3,2 | 50 | 6 | 8 | 2 | - |

Определить:

А. Ток в конденсаторе $i_C(t)$ при переходном процессе

В. Ток в индуктивности $i_L(t)$ при переходном процессе

Задача 4.



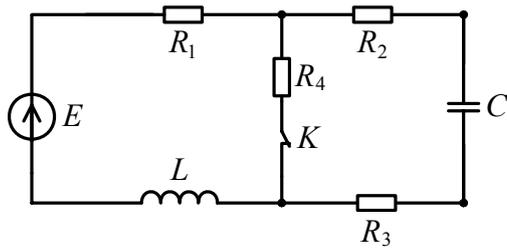
| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 100 | 1 | 10 | 50 | 30 | 20 | - |

Определить:

А. Напряжение $u_L(t)$ на индуктивности при переходном процессе.

В. Ток $i_R(t)$ в резисторе R_1 при переходном процессе

Задача 5.



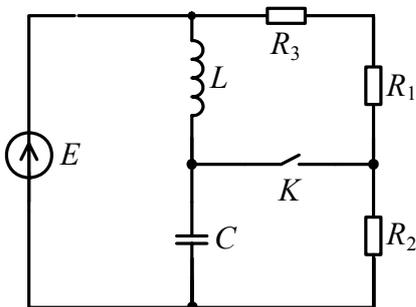
| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 100 | 1 | 10 | 20 | 10 | 10 | 2 |

Определить:

А. Напряжение $u_L(t)$ на индуктивности при переходном процессе.

В. Напряжение $u_C(t)$ на конденсаторе при переходном процессе

Задача 6.



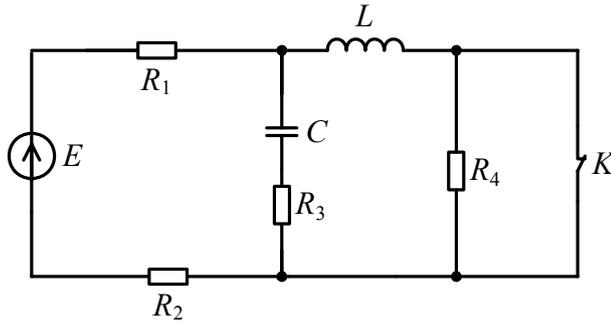
| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 30 | 0,1 | 2,5 | 5 | 10 | 15 | - |

Определить:

А. Ток $i_R(t)$ в резисторах R_3 и R_1 при переходном процессе

В. Ток в конденсаторе $i_C(t)$ при переходном процессе

Задача 7.

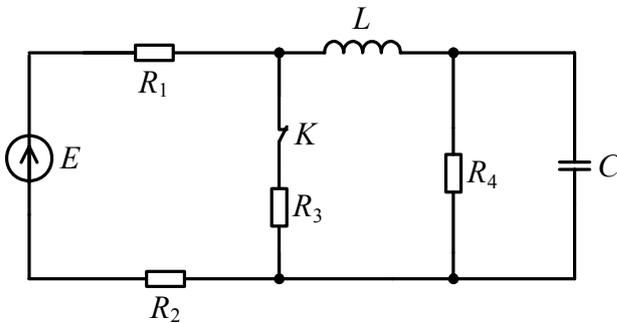


| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 120 | 0,4 | 10 | 2 | 1 | 1 | 1 |

Определить:

- А. Ток $i_R(t)$ в резисторе R_3 при переходном процессе.
- В. Ток в индуктивности $i_L(t)$ при переходном процессе

Задача 8.

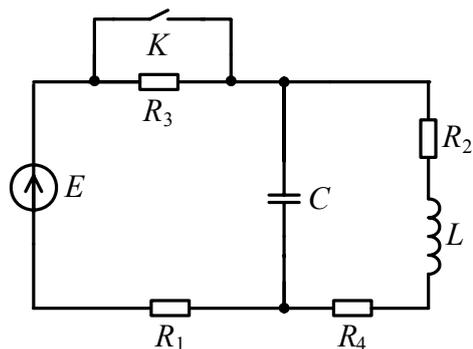


| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 120 | 10 | 10 | 40 | 60 | 1000 | 1000 |

Определить:

- А. Ток в конденсаторе $i_C(t)$ при переходном процессе
- В. Напряжение $u_L(t)$ на индуктивности при переходном процессе.

Задача 9.



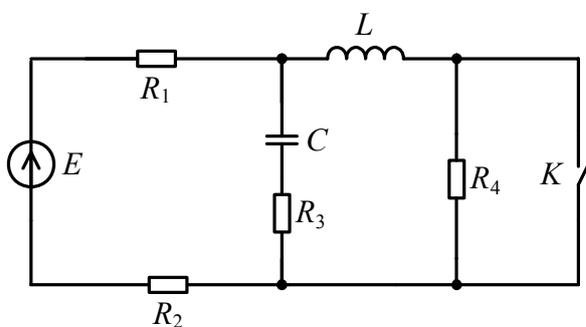
| $E, \text{ В}$ | $L, \text{ мГн}$ | $C, \text{ мкФ}$ | $R_1, \text{ Ом}$ | $R_2, \text{ Ом}$ | $R_3, \text{ Ом}$ | $R_4, \text{ Ом}$ |
|----------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 200 | 1 | 10 | 10 | 10 | 50 | 30 |

Определить:

А. Ток в индуктивности $i_L(t)$ при переходном процессе.

В. Ток в конденсаторе $i_C(t)$ при переходном процессе

Задача 10.



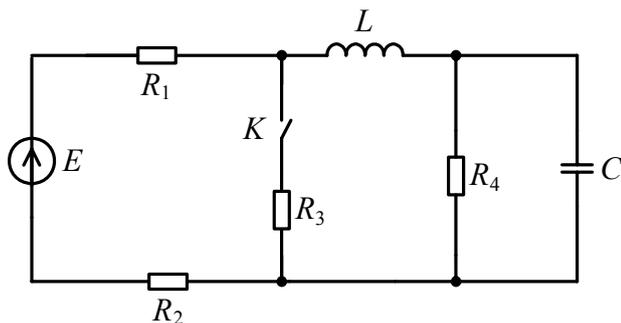
| $E, \text{ В}$ | $L, \text{ мГн}$ | $C, \text{ мкФ}$ | $R_1, \text{ Ом}$ | $R_2, \text{ Ом}$ | $R_3, \text{ Ом}$ | $R_4, \text{ Ом}$ |
|----------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 120 | 0,4 | 10 | 1 | 2 | 1 | 1 |

Определить:

А. Ток в индуктивности $i_L(t)$ при переходном процессе.

В. Напряжение $u_C(t)$ на конденсаторе при переходном процессе.

Задача 11.



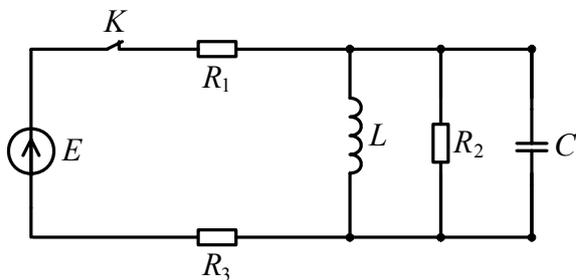
| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 120 | 10 | 0,1 | 20 | 20 | 1000 | 1000 |

Определить:

А. Ток $i_R(t)$ в резисторе R_4 при переходном процессе.

В. Напряжение $u_L(t)$ на индуктивности при переходном процессе.

Задача 12.



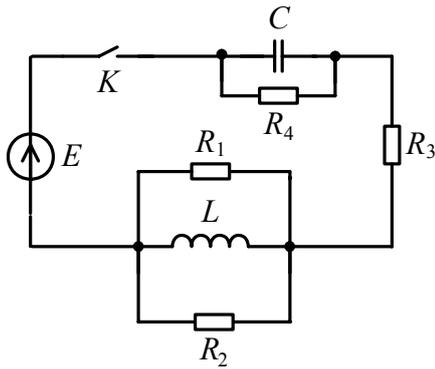
| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 120 | 0,64 | 10 | 5 | 15 | 4 | - |

Определить:

А. Напряжение $u_L(t)$ на индуктивности при переходном процессе.

В. Ток в конденсаторе $i_C(t)$ при переходном процессе.

Задача 13.



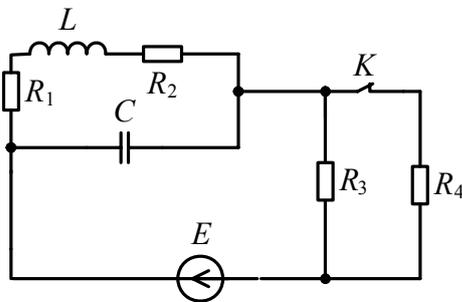
| $E, \text{ В}$ | $L, \text{ мГн}$ | $C, \text{ мкФ}$ | $R_1, \text{ Ом}$ | $R_2, \text{ Ом}$ | $R_3, \text{ Ом}$ | $R_4, \text{ Ом}$ |
|----------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 120 | 1 | 10 | 12 | 6 | 8 | 8 |

Определить:

А. Напряжение $u_c(t)$ на конденсаторе при переходном процессе.

В. Напряжение $u_L(t)$ на индуктивности при переходном процессе.

Задача 14.



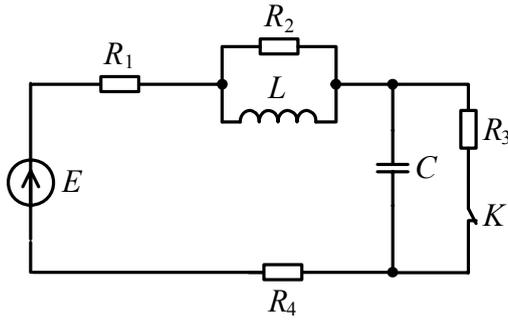
| $E, \text{ В}$ | $L, \text{ мГн}$ | $C, \text{ мкФ}$ | $R_1, \text{ Ом}$ | $R_2, \text{ Ом}$ | $R_3, \text{ Ом}$ | $R_4, \text{ Ом}$ |
|----------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 50 | 1 | 50 | 4 | 6 | 10 | 10 |

Определить:

А. Ток $i_R(t)$ в резисторе R_3 при переходном процессе.

В. Ток в конденсаторе $i_C(t)$ при переходном процессе.

Задача 15.



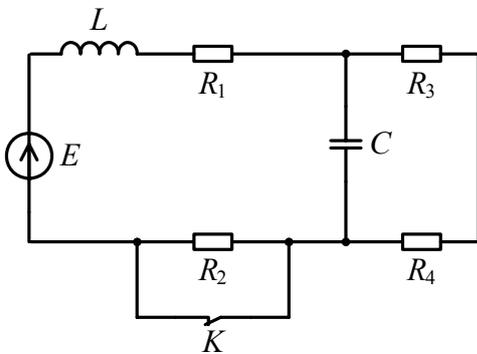
| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 150 | 4 | 5 | 9 | 10 | 5 | 1 |

Определить:

А. Ток в индуктивности $i_L(t)$ при переходном процессе.

В. Напряжение $u_L(t)$ на индуктивности при переходном процессе.

Задача 16.



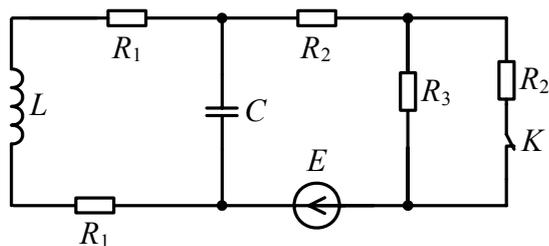
| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 50 | 2 | 1000 | 1 | 2 | 2 | 4 |

Определить:

А. Ток в конденсаторе $i_C(t)$ при переходном процессе.

В. Напряжение $u_L(t)$ на индуктивности при переходном процессе.

Задача 17.



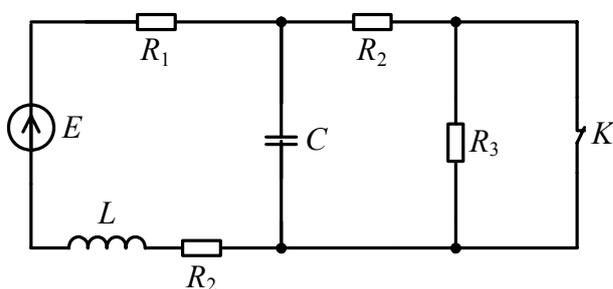
| $E, \text{ В}$ | $L, \text{ мГн}$ | $C, \text{ мкФ}$ | $R_1, \text{ Ом}$ | $R_2, \text{ Ом}$ | $R_3, \text{ Ом}$ | $R_4, \text{ Ом}$ |
|----------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 30 | 5 | 4 | 6 | 20 | 14 | 20 |

Определить:

А. Напряжение $u_L(t)$ на индуктивности при переходном процессе.

В. Ток в конденсаторе $i_C(t)$ при переходном процессе.

Задача 18.



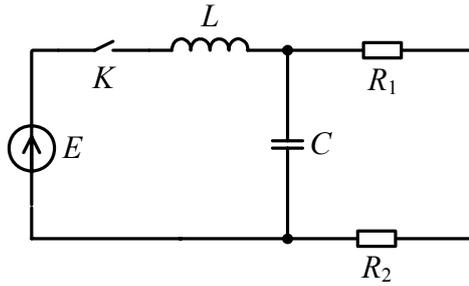
| $E, \text{ В}$ | $L, \text{ мГн}$ | $C, \text{ мкФ}$ | $R_1, \text{ Ом}$ | $R_2, \text{ Ом}$ | $R_3, \text{ Ом}$ | $R_4, \text{ Ом}$ |
|----------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 200 | 1 | 50 | 5 | 10 | 20 | 5 |

Определить:

А. Ток $i_R(t)$ в резисторе R_1 при переходном процессе.

В. Напряжение $u_L(t)$ на индуктивности при переходном процессе.

Задача 19.



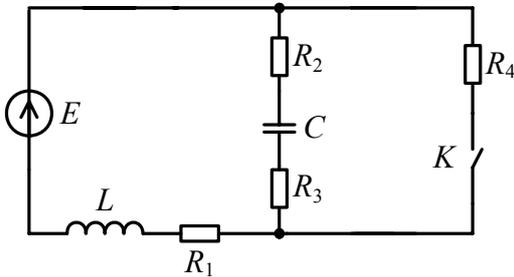
| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 100 | 1 | 10 | 3 | 1 | - | - |

Определить:

А. Ток $i_R(t)$ в резисторах R_1 и R_2 при переходном процессе.

В. Напряжение $u_L(t)$ на индуктивности при переходном процессе.

Задача 20.



| E, В | L, мГн | C, мкФ | R ₁ , Ом | R ₂ , Ом | R ₃ , Ом | R ₄ , Ом |
|------|--------|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 120 | 1 | 2 | 20 | 8 | 12 | 2 |

Определить:

А. Напряжение $u_L(t)$ на индуктивности при переходном процессе

В. Напряжение $u_C(t)$ на конденсаторе при переходном процессе.

Рекомендации к решению задач переходных процессов классическим методом.

Расчет переходных процессов в разветвленных цепях классическим методом сводится к составлению дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа для мгновенных значений напряжений и токов отдельных ветвей и решению этой системы относительно одного из неизвестных токов или напряжений. В результате получится линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, порядок которого равен сумме числа необъединенных индуктивностей и емкостей схемы. Решение его находится в виде суммы принужденной и свободной (переходной) составляющих. Причем в выражение свободной составляющей всегда входят постоянные интегрирования, число которых соответствует порядку дифференциального уравнения, и они находятся из начальных условий. Таким образом, для любой ветви разветвленной цепи можно записать:

$$i = i_{np} + i_{cs}, \quad u = u_{np} + u_{cs}.$$

Для определения корней характеристического уравнения системы осуществляем алгебраизацию однородной системы уравнений. В общем виде свободный ток равен

$$i_{cs} = A \cdot e^{pt}.$$

Его производная

$$\frac{di_{cs}}{dt} = pAe^{pt} = pi_{cs},$$

и его интеграл:

$$\int i_{cs} dt = A \int e^{pt} dt = \frac{1}{p} Ae^{pt} = \frac{1}{p} i_{cs}.$$

Следовательно, в системе уравнений для свободных токов можно производные заменять на pi_{cs} , а интеграл на $\frac{1}{p}i_{cs}$ и получить систему алгебраических уравнений. Переход от системы линейных дифференциальных уравнений к системе алгебраических уравнений

называют алгебраизацией системы дифференциальных уравнений для свободных токов.

Следовательно, напряжение на катушке можно заменить

$$L \frac{di_{cs}}{dt} = L p i_{cs},$$

и напряжение на конденсаторе

$$\frac{1}{C} \int i_{cs} dt = \frac{1}{C p} i_{cs}.$$

В результате алгебраизации получаем однородную линейную систему уравнений, которая имеет ненулевое решение только при равенстве нулю определителя матрицы коэффициентов системы. Условие равенства нулю этого определителя является характеристическим уравнением. Решая характеристическое уравнение относительно переменной p , находим корни характеристического уравнения. Количество корней характеристического уравнения n соответствует порядку системы. В общем случае решение однородного уравнения (свободная составляющая):

$$i_{cs} = \sum_{i=1}^n A_i e^{p_i t}$$

В случае системы второго порядка возможны три варианта типа корней характеристического уравнения, и от этого зависит вид, в котором удобно представлять решение.

а) Корни p_1 и p_2 разные и вещественные –

$$i_{cs} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

б) Кратные корни $p_1 = p_2$

$$i_{cs} = (A_1 + A_2 t) e^{p_1 t}.$$

в) Корни p_1 и p_2 комплексно-сопряженные –

$$p_1 = -\delta + j\omega_0, \quad p_2 = -\delta - j\omega_0,$$

$$i_{cs} = (A_1 \cos \omega_0 t + A_2 \sin \omega_0 t) e^{-\delta t}.$$

Так как $(A_1 \cos \omega_0 t + A_2 \sin \omega_0 t) = B \sin(\omega_0 t + \theta)$,

где $B = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$, $\theta = \operatorname{arctg} \frac{A_2}{A_1}$,

то $i_{cs} = B e^{-\delta t} \sin(\omega_0 t + \theta)$.

Постоянные интегрирования находятся исходя из начальных условий, определяющих значение искомым функций токов и напряжений и их производных в момент коммутации. Значения тока на катушке индуктивности и напряжения на конденсаторе в соответствии с законами коммутации определяются из докоммутационной схемы.

Законы коммутации:

Невозможны мгновенные изменения энергии, запасенной в электромагнитном поле.

- 1) в начальный момент времени после коммутации ток в индуктивности остается таким же, каким он был непосредственно перед коммутацией, а затем плавно изменяется.

$$i_L(-0) = i_L(+0)$$

- 2) в начальный момент времени после коммутации напряжение на емкости остается таким же, каким оно было непосредственно перед коммутацией, а затем плавно изменяется.

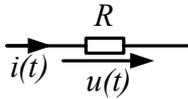
$$u_C(-0) = u_C(+0).$$

Для нахождения остальных начальных условий составляется система уравнений для момента времени $t = 0$ (время коммутации). Затем из общего вида решения находятся значения искомым функций и их производных в нуле и приравниваются найденным начальным условиям. Из полученных уравнений выражаются коэффициенты. Заметим, что в начальных условиях фигурируют функции полного тока и напряжения. Следовательно, предварительно должна быть вычислена соответствующая принужденная составляющая, для чего решается задача нахождения токов и напряжений в послекоммутационной схеме.

В целях упрощения вычислений рекомендуется в качестве неизвестных функций выбирать токи в ветвях с катушками индуктивности и напряжения на конденсаторах. Остальные токи и напряжения цепи вычислять затем,

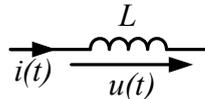
используя законы Кирхгофа и выражения, связывающие токи и напряжения на участках цепи.

Связь между токами и напряжениями на участках цепи.



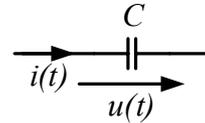
$$u(t) = R \cdot i(t),$$

$$i(t) = \frac{u(t)}{R}.$$



$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt},$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u(t) dt + i(0).$$



$$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + u(0),$$

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}.$$

Пример 1. Рассмотрим схему, приведенную на рис. 1. Решим задачу, в которой в момент времени $t = 0$ происходит замыкание ключа в ветви источника. Параметры элементов: $L=0,01$ Гн, $C=500$ мкФ, $R_1=10$ Ом, $R_2=20$ Ом, $e(t)=E=50$ В.

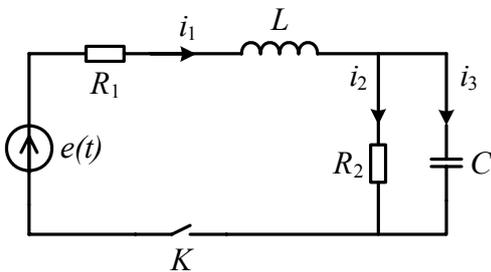


Рис. 1.

На основании законов Кирхгофа составим систему уравнений относительно мгновенных значений токов и напряжений для послекоммутационной схемы.

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0,$$

$$L \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 + R_2 i_2 = e(t),$$

$$R_2 i_2 - \frac{1}{C} \int i_3 dt = 0.$$

Определим корни характеристического уравнения путем алгебраизации дифференциальных уравнений для свободных токов. Представляем токи в виде суммы принужденной и переходной (свободной) составляющей:

$$i_1 = i_{1np} + i_{1ce}, \quad i_2 = i_{2np} + i_{2ce}, \quad i_3 = i_{3np} + i_{3ce}.$$

Принужденная составляющая является частным решением неоднородной системы и определяет токи при достаточно больших t , когда переходные процессы закончились. Свободные составляющие являются общим решением однородной системы:

$$i_{1ce} - i_{2ce} - i_{3ce} = 0,$$

$$L \frac{di_{1ce}}{dt} + R_1 i_{1ce} + R_2 i_{2ce} = 0,$$

$$R_2 i_{2ce} - \frac{1}{C} \int i_{3ce} dt = 0.$$

Подставим в эту систему

$$L \frac{di_{1ce}}{dt} = L p i_{1ce}, \quad \frac{1}{C} \int i_{3ce} dt = \frac{1}{C p} i_{3ce}.$$

Получим

$$i_{1ce} - i_{2ce} - i_{3ce} = 0,$$

$$(L p + R_1) i_{1ce} + R_2 i_{2ce} = 0,$$

$$R_2 i_{2ce} - \frac{1}{C p} i_{3ce} = 0.$$

Полученная система уравнений имеет решение, отличное от нуля, если ее определитель равен нулю:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ L p + R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & R_2 & -\frac{1}{C p} \end{vmatrix} = 0.$$

Уравнение $\Delta = 0$ является характеристическим уравнением. Раскрывая определитель, находим уравнение

$$\frac{R_2}{C p} + R_2 (L p + R_1) + \frac{L p + R_1}{C p} = 0,$$

из которого определяются корни характеристического уравнения

$$p_{1,2} = \frac{-(R_1 R_2 C + L) \pm \sqrt{(R_1 R_2 C + L)^2 - 4(R_1 + R_2) R_2 C L}}{2 R_2 C L}.$$

Определим корни характеристического уравнения, получим: $p_1 = -500$,
 $p_2 = -600$.

Корни получились разные и действительные. Ищем решение для свободных составляющих тока на катушке индуктивности и напряжения на конденсаторе в виде:

$$i_{1св} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},$$

$$u_{Cсв} = B_1 e^{p_1 t} + B_2 e^{p_2 t}.$$

Определим начальные условия. Значения $i_1(0)$ и $u_C(0)$ в соответствии с законами коммутации определяются из докоммутационной схемы.

Поскольку первая ветвь (содержащая источник) в докоммутационной схеме разомкнута $i_1(0) = 0$. Напряжение на конденсаторе тоже равно нулю, поскольку, получается, что источников в схеме нет, а обкладки конденсатора замкнуты через резистор $u_C(0) = 0$. Найдем теперь значения производных этих функций в нулевой момент времени, исходя из системы уравнений, составленной по законам Кирхгофа для $t = 0$.

$$i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0,$$

$$L \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{t=0} + R_1 i_1(0) + R_2 i_2(0) = E,$$

$$R_2 i_2 - u_C(0) = 0.$$

Учитывая, что $i_3(0) = C \left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0}$, получим

$$\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{t=0} = \frac{E}{L}, \quad \left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0} = 0.$$

Определим принужденную составляющую исходя из послекоммутационной схемы. В схеме действует источник постоянного напряжения. При постоянных токах сопротивление катушки индуктивности равно нулю, а сопротивление конденсатора бесконечно (разрыв ветви). Таким образом, послекоммутационная схема имеет вид:

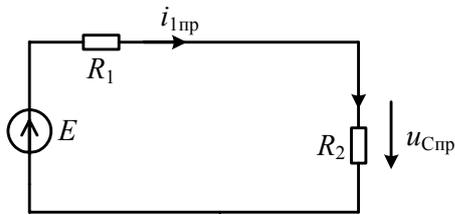


Рис.2

Определяем принужденные составляющие:

$$i_{1np} = \frac{E}{R_1 + R_2} = 1,667 \text{ А}, \quad u_{np} = \frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 33,3 \text{ В}.$$

Исходя из начальных условий. Составим систему уравнений для определения постоянных интегрирования.

$$i_1(0) = i_{1cs}(0) + i_{1np} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + i_{1np} = A_1 + A_2 + \frac{E}{R_1 + R_2} = 0,$$

$$\frac{di_1(0)}{dt} = \frac{di_{1cs}(0)}{dt} = A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t} = A_1 p_1 + A_2 p_2 = \frac{E}{L},$$

$$u_c(0) = u_{ccs}(0) + u_{cnp} = B_1 e^{p_1 t} + B_2 e^{p_2 t} + u_{cnp} = B_1 + B_2 + \frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 0,$$

$$\frac{du_c(0)}{dt} = \frac{du_{ccs}(0)}{dt} = B_1 p_1 e^{p_1 t} + B_2 p_2 e^{p_2 t} = B_1 p_1 + B_2 p_2 = 0.$$

Решая эту систему, найдем $A_1=40 \text{ А}$, $A_2=-41,7 \text{ А}$, $B_1=-200 \text{ В}$, $B_2=166,7 \text{ В}$.

$$i_1(t) = 1,67 + 40e^{-500t} - 41,67e^{-600t},$$

$$u_c(t) = 33,3 - 200e^{-500t} + 166,7e^{-600t}$$

Получив выражения для $i_1(t)$ и $u_c(t)$, найдем остальные токи и напряжения,

пользуясь законами Ома и Кирхгофа. $-200 \cdot \exp(-500 \cdot t) + 250 \cdot \exp(-600 \cdot t)$

$$u_L(t) = L \frac{di_1(t)}{dt} = -200e^{-500t} + 250e^{-600t},$$

$$i_2(t) = \frac{u_c(t)}{R_2} = 1,67 - 10e^{-500t} + 8,33e^{-600t},$$

$$i_3(t) = C \frac{du_c}{dt} = i_1(t) - i_2(t) = 50e^{-500t} - 50e^{-600t}.$$

Построим графики полученных выражений. Временной масштаб графиков выбирается исходя из постоянной времени переходного процесса. В данной

схеме две постоянные времени $\tau_1 = \frac{1}{|p_1|}$, $\tau_2 = \frac{1}{|p_2|}$. Выбираем наибольшую из них (τ_1) и строим графики в интервале времени от нуля до, например 10τ .

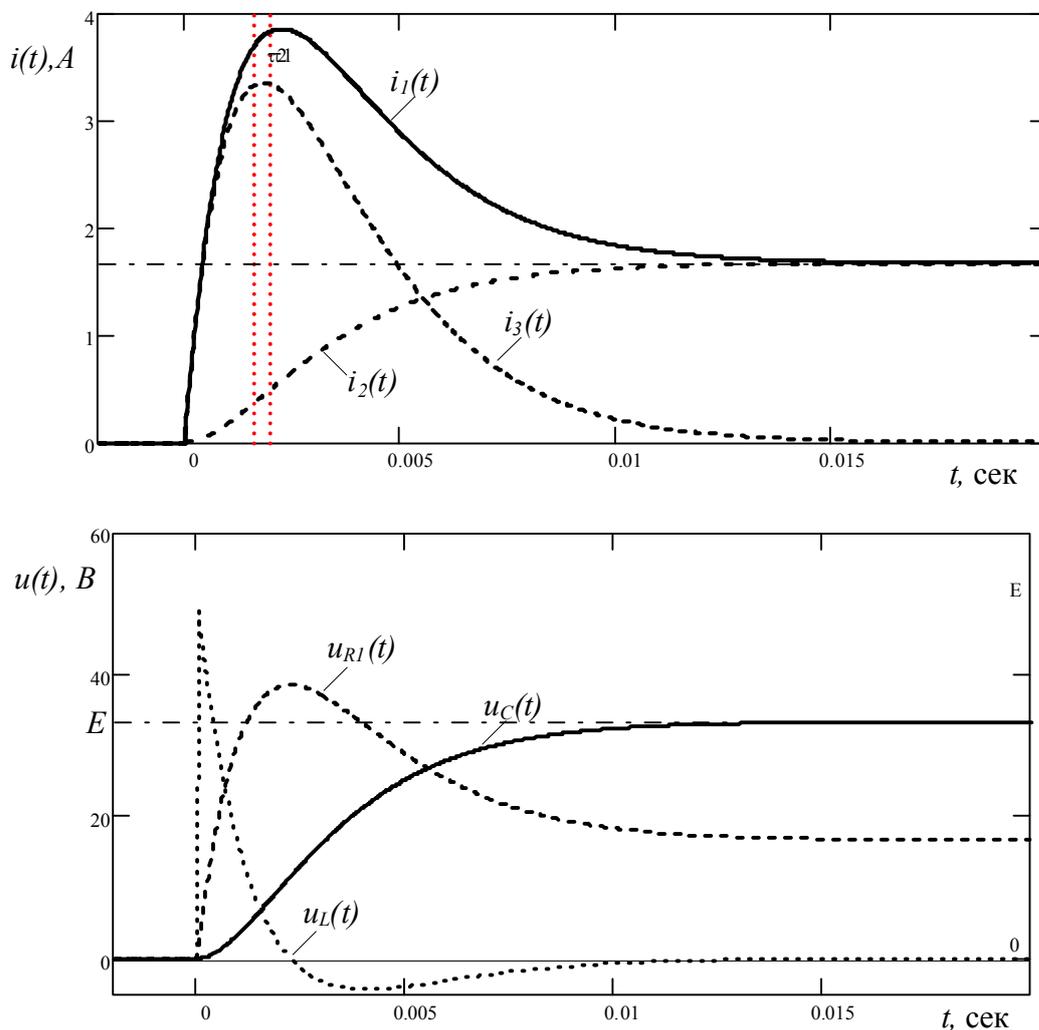


Рис.3

Рекомендации к решению задач переходных процессов операторным методом.

При расчете токов переходных процессов в сложных цепях операторным методом необходимо составить для данной цепи эквивалентную операторную схему замещения. В этом случае необходимо знать операторные схемы замещения отдельных схемных элементов (рис. 4).

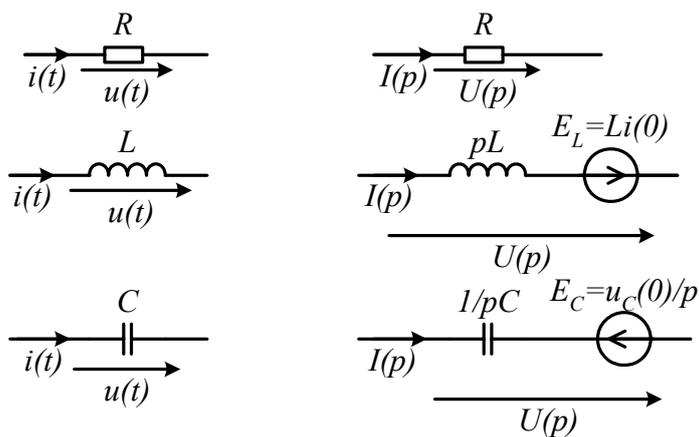


Рис. 4

Располагая схемами замещения элементов цепи в операторной форме, не представляет труда составить операторную схему замещения рассматриваемой цепи. Токи и напряжения источников, а также искомые токи и напряжения в операторной схеме заменяются их образами Лапласа. *Преобразование Лапласа.*

Пусть имеется некоторая функция времени $f(t)$. Ее образом Лапласа

является функция $F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt$. Зная образ Лапласа, можно вычислить

оригинал с помощью обратного преобразования Лапласа:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-j\infty}^{j\infty} F(p)e^{pt} dp.$$

Составив операторную схему замещения, находим преобразованные по Лапласу токи и напряжения, пользуясь известными методами теории цепей постоянного тока. Затем находим оригиналы используя таблицы соответствия функций и их образов Лапласа, либо применяя теорему разложения.

Теорема разложения.

Функции токов и напряжений, преобразованные по Лапласу могут быть

представлены, как отношение полиномов: $F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$. Пусть p_k – корни

полинома знаменателя $F_2(p_k) = 0$. Тогда оригинал функции может быть

вычислен по формуле

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t}.$$

Здесь $F_1(p_k)$ – значение полинома числителя при $p = p_k$, $F_2'(p_k)$ – производная полинома знаменателя при тех же корнях.

Таблица преобразования Лапласа для некоторых функций.

| $f(t)$ | $F(p)$ |
|------------------------------------|---------------------------------|
| A | $\frac{A}{p}$ |
| $e^{\alpha t}$ | $\frac{1}{p - \alpha}$ |
| $\sin(\omega \cdot t)$ | $\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$ |
| $\cos(\omega \cdot t)$ | $\frac{p}{p^2 + \omega^2}$ |
| $\frac{1}{a-b}(e^{-bt} - e^{-at})$ | $\frac{1}{(p+a)(p+b)}$ |
| | |
| | |

Пример 2. В качестве примера на рис. 5а показана действительная схема, а на рис. 5б ее операторная схема замещения.

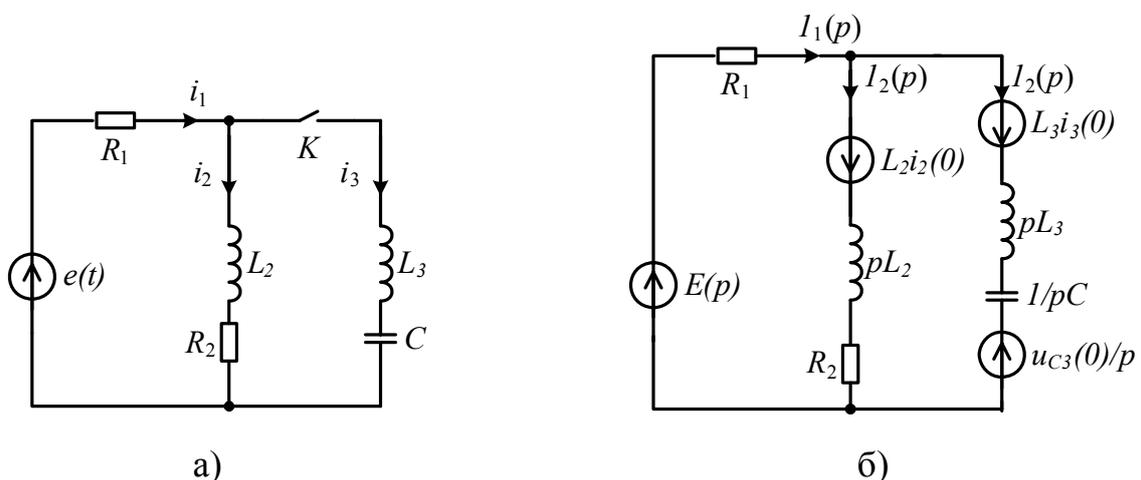


Рис.5.

Применяя к схеме замещения в операторной форме известные методы расчета цепей постоянного тока, находим искомые токи $I(p)$ в операторной форме.

Форма титульного листа

Московский государственный горный университет
Кафедра ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Домашнее задание
по дисциплине ТОЭ

Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях

Выполнил
студент группы _____.
(ФИО) _____.

Принял _____.

_____ дата

_____ подпись

Требования к составлению отчета.

1. Домашнее задание выполняется на листах формата 210×297 мм. Оно должно быть аккуратно и разборчиво написано чернилами на одной стороне каждого листа.
2. Обложка к работе выполняется на плотной бумаге, на которой оформляется титульный лист.
3. Графики выполняются на миллиметровой бумаге с соблюдением масштабов, которые должны быть указаны. Чертежи, графики и таблицы выполняются черными чернилами.
4. При построении графиков масштабы указываются численными метками, отложенными вдоль осей. Обязательно следует обозначать величины, отложенные вдоль каждой оси, например, А и В и т.п. Над стрелками осей указываются единицы измерения этих величин, например, А или В и т.п.
5. Масштаб диаграммы удобнее всего показать в виде горизонтального отрезка длиной 1 см, расположенного в поле диаграммы, около которого указывается соответствующая величина, например, 10В, 1А и т.п.
6. Прежде чем приступить к решению задачи, необходимо под заголовком "Задание" полностью переписать задание из пособия и перерисовать схему. При этом никаких собственных пометок на схеме (кроме указанных в задании) делать нельзя.
7. Собственно решение задачи начинается с новой страницы, озаглавленной "Решение". Вначале целесообразно построить схему и нанести на ней положительные направления токов и напряжений. Затем составляются уравнения в общем виде. Дальнейшие расчеты рекомендуется вести не в общем виде, а подставляя конкретные числа.
8. Все расчеты целесообразно сопровождать пояснениями и проводить по пунктам в последовательности, указанной в задании.

9. В окончательных числовых результатах обязательно следует указать единицы измерения, в которых получен ответ.
10. При решении следует пользоваться обозначениями международной системы единиц СИ.

Литература.

1. Цапенко Е.Ф. Линейные электрические цепи. Учеб. пособие. –М.: Издательство Московского государственного университета, 2004.
2. Сборник задач по теоретическим основам электротехники /под ред. Л.А. Бессонова –М.: Высшая школа, 1988.

Содержание

| | |
|---|----|
| Домашнее задание..... | 2 |
| Рекомендации к решению задач переходных процессов классическим методом. | 13 |
| Рекомендации к решению задач переходных процессов операторным методом. | 20 |
| Форма титульного листа..... | 23 |
| Требования к составлению отчета..... | 24 |
| Литература. | 26 |
| Содержание..... | 27 |